



**You have downloaded a document from
RE-BUS
repository of the University of Silesia in Katowice**

Title: Rekonstrukcja pierwotnych fragmentów zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach

Author: Kamila Gąsior

Citation style: Gąsior Kamila. (2016). Rekonstrukcja pierwotnych fragmentów zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach. Praca doktorska. Katowice : Uniwersytet Śląski

© Korzystanie z tego materiału jest możliwe zgodnie z właściwymi przepisami o dozwolonym użytku lub o innych wyjątkach przewidzianych w przepisach prawa, a korzystanie w szerszym zakresie wymaga uzyskania zgody uprawnionego.



UNIwersYTET ŚLĄSKI
W KATOWICACH



Biblioteka
Uniwersytetu Śląskiego



Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego

UNIWERSYTET ŚLĄSKI

ROZPRAWA DOKTORSKA

Rekonstrukcja pierwotnych
fragmentów zderzeń ciężkich
jonów przy pośrednich energiach

mgr Kamila Gąsior

Promotor:

dr hab. Seweryn Kowalski

Katowice 2016

Spis treści

| | |
|---|-----------|
| Spis treści | 2 |
| Wstęp | 5 |
| 1 Dynamika reakcji ciężkojonowych przy pośrednich energiach | 9 |
| 1.1 Multifragmentacja | 10 |
| 1.2 Model widz-uczestnik | 11 |
| 2 Numeryczne modelowanie reakcji ciężkojonowych | 13 |
| 2.1 Model QMD | 13 |
| 2.2 Model AMD | 15 |
| 2.3 Kod GEMINI | 16 |
| 2.3.1 Kod <i>cooler</i> | 18 |
| 3 Analiza danych modelowych | 21 |
| 3.1 Parametr zderzenia | 21 |
| 3.1.1 Estymatory parametru zderzenia | 23 |
| 3.2 Ewolucja czasowa układu | 24 |
| 3.3 Pierwotne produkty reakcji | 30 |
| 3.3.1 Energia wzbudzenia | 31 |
| 3.4 Wyparowanie materii jądrowej | 33 |
| 3.4.1 Wtórne produkty reakcji | 36 |
| 3.5 Znaczenie wtórnego wyparowania | 38 |
| 4 Baza krotności lekkich cząstek | 43 |
| 4.1 Zależność krotności lekkich cząstek od energii wzbudzenia | 47 |
| 4.2 Zależność krotności lekkich cząstek od wtórnych produktów reakcji | 58 |
| 5 Procedura rekonstrukcji | 63 |
| 5.1 Jednoizotopowa baza krotności lekkich cząstek | 69 |
| 5.2 Kilkuizotopowe bazy krotności lekkich cząstek | 70 |
| 5.3 Prawdopodobieństwo | 72 |
| 6 Odtworzenie pierwotnych produktów reakcji | 79 |
| 6.1 Rozkłady izotopowe dla reakcji o różnym N/Z | 85 |

| | |
|---------------------|-----------|
| Podsumowanie | 93 |
|---------------------|-----------|

| | |
|----------------------|-----------|
| Podziękowania | 96 |
|----------------------|-----------|

| | |
|----------------------|-----------|
| Spis rysunków | 97 |
|----------------------|-----------|

| | |
|-------------------|------------|
| Spis tabel | 103 |
|-------------------|------------|

| | |
|---------------------|------------|
| Bibliografia | 105 |
|---------------------|------------|

Wstęp

Reakcja zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach ($20 - 100 \text{ MeV}/A$) jest procesem dynamicznym, przez co trudnym w opisie. Wydaje się, że głównym mechanizmem opisującym przebieg reakcji jest multifragmentacja. Na skutek ewolucji czasowej, formowane są pierwotne, wzbudzone fragmenty, które ulegają wtórnemu wyparowaniu formując ostateczne, bezpośrednio mierzalne produkty reakcji.

Głównym celem niniejszej rozprawy doktorskiej było opracowanie procedury pozwalającej na odtworzenie pierwotnych, eksperymentalnie niemierzalnych produktów reakcji zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach. Motywacją do podjęcia tego typu rozważań są wyniki obliczeń teoretycznych, które wskazują, iż wpływ wtórnego wyparowania na produkty reakcji jest znaczący i szczególnie widoczny przy oszacowaniach związanych ze składem izotopowym rejestrowanych produktów, wyznaczaniem parametrów termodynamicznych reakcji jądrowej, czy współczynnika energii symetrii.

Rozprawę tę można podzielić na dwie zasadnicze części. Pierwsza z nich poświęcona jest teoretycznym rozważaniom nad dynamiką i numerycznym modelowaniem reakcji ciężkojonowych. Natomiast dalsza część pracy dotyczy analizy danych modelowych oraz rezultatów rekonstrukcji pierwotnych fragmentów.

Dynamika reakcji ciężkojonowych przy pośrednich energiach z uwzględnieniem opisu multifragmentacji oraz modelu widz—uczestnik została scharakteryzowana w Rozdziale 1. Jednak ze względu na potrzebę określenia parametrów fizycznych, które nie są bezpośrednio mierzalne, konieczne jest zastosowanie modeli teoretycznych. W przypadku fragmentów pierwotnych użyte zostały modele QMD oraz AMD, natomiast dla jąder wtórnych zastosowane zostały kody GEMINI oraz *cooler*. Numeryczne modelowanie reakcji zostało przedstawione w Rozdziale 2.

Analiza danych uzyskanych z symulacji komputerowych dla wybranej reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ o energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$, została zaprezentowana w Rozdziale 3. Na podstawie estymatorów parametru zderzenia, wybrana została grupa fragmentów o pośrednich masach, pochodzących ze zderzeń centralnych ($b \leq 3 \text{ fm}$). Przeanalizowana została także ewolucja czasowa produkcji fragmentów oraz ich energii

wzbudzenia, co pozwoliło oszacować odpowiedni czas, wystarczający na uformowanie i ustabilizowanie się pierwotnej materii jądrowej. Bazując na modelach teoretycznych wyznaczona została również średnia energia wzbudzenia wybranej grupy cząstek, istotna w dalszych etapach procedury rekonstrukcji pierwotnych fragmentów. W rozdziale tym, omówione zostały przewidywania teoretyczne, wskazujące na istotny wpływ wtórnego wyparowania na produkcję cząstek.

W Rozdziale 4 przedstawiona została idea budowy bazy krotności lekkich cząstek. Jądra pierwotne z zakresu $Z \in < 3, 19 >$ o energii wzbudzenia $E^*/A = 4.5 \text{ MeV}$, poddane zostały wtórnemu wyparowaniu przy użyciu kodu GEMINI oraz *cooler*. Produkty tego procesu, poddane zostały selekcji fragmentów o pośrednich masach wraz ze skorelowanymi cząstkami lekkimi, co w konsekwencji pozwoliło otrzymać ich rozkłady krotności. Ze względu, iż kształt rozkładów jest istotny przy odtwarzaniu pierwotnych produktów reakcji, szczegółowej analizie poddane zostały rozkłady neutronów, których podczas deekscytacji powstaje najwięcej i bardzo wiele eksperymentów ich nie mierzy. Konstrukcja bazy krotności lekkich cząstek jest procesem bardzo czasochłonnym i wymagającym odpowiedniego zaplecza obliczeniowego, dlatego też określone zostały ogólne trendy parametrów rozkładów krotności w zależności od wartości energii wzbudzenia, a także parametry produkcji cząstek lekkich w zależności od liczby atomowej i masowej jąder wtórnych.

Dzięki znajomości składu izotopowego wtórnych produktów reakcji oraz średniej energii wzbudzenia fragmentów pierwotnych z rozkładów krotności lekkich cząstek skorelowanych z jądrami wtórnymi o pośrednich masach, możliwe jest odtworzenie pierwotnych produktów reakcji. Opracowana procedura rekonstrukcji została opisana w Rozdziale 5. Jako, że zawiera ona wiele czynników mających duże znaczenie przy jej realizacji, sprawdzony został wpływ, między innymi, takich składników jak: wybór izotopów pierwotnych budujących bazę, sposób uzyskiwania współczynników wagowych krotności, ilość rekonstrukcji. Natomiast dla lepszego zrozumienia samej procedury i jej rezultatów, wykorzystane zostały jedno- oraz kilkuizotopowe bazy krotności lekkich cząstek, gdzie wtórnemu wyparowaniu poddane zostało odpowiednio jedno oraz kilka jąder pierwotnych. Ponadto, dla uproszczonej formuły rekonstrukcyjnej, sprawdzona została słuszność założeń dotyczących całkowitego prawdopodobieństwa odtworzenia danego fragmentu.

Rezultaty procedury rekonstrukcji – rozkłady izotopowe odtworzonych fragmentów, dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$ zostały zaprezentowane

w Rozdziale 6. Sprawdzona została również rekonstrukcja fragmentów pochodzących z dwóch reakcji różniących się stosunkiem liczby neutronów do protonów: $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ oraz $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ o energii wiązki $47\text{ MeV}/A$.

Rozdział 1

Dynamika reakcji ciężkojonowych przy pośrednich energiach

Nowoczesne techniki eksperymentalne pozwalają coraz dokładniej badać materię jądrową. Dzięki temu możliwe jest uzyskanie odpowiedzi na szereg pytań dotyczących praw rządzących materią jądrową oraz samych mechanizmów przebiegu reakcji.

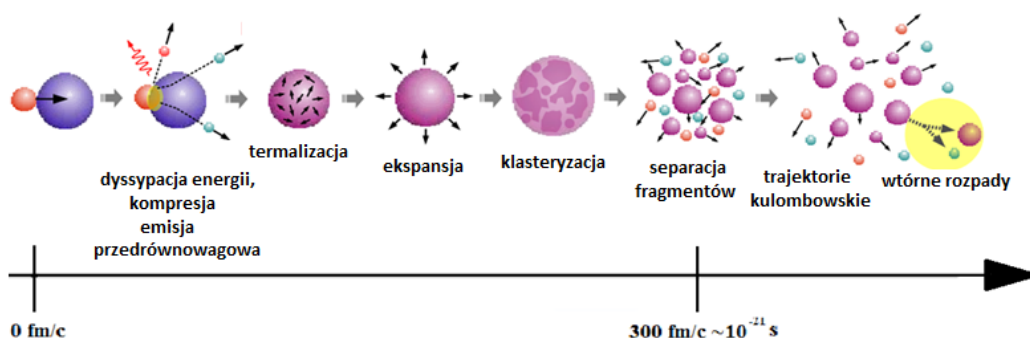
W zależności od energii zderzenia obserwowane są różne mechanizmy przebiegu reakcji. Dla energii niskich, poniżej $20 \text{ MeV}/A$ materia jądrowa nie ulega kompresji, a bezpośrednie zderzenia nukleon–nukleon są wzbronione przez zakaz Pauliego [1]. Dla tych z zakresu energii pośrednich [2], czyli ok. $20 - 100 \text{ MeV}/A$, głównym mechanizmem przebiegu reakcji jest proces multifragmentacji [3]. Natomiast w przypadku energii relatywistycznych (powyżej ok. $100 \text{ MeV}/A$) [4] obserwowana jest transparentność materii, a także kreacja nowych cząstek.

Produkty reakcji powstałe na skutek multifragmentacji można zasadniczo podzielić na dwa typy fragmentów – pierwotne, które powstały w początkowym stadium ewolucji czasowej utworzonego układu oraz wtórne – ostatecznie uformowane. Jak wynika z rozważań teoretycznych, wpływ wtórnego wyparowania materii jądrowej na produkcję cząstek jest znaczący, co wraz z samym przebiegiem procesu multifragmentacji zostało przedstawione w niniejszym rozdziale.

1.1 Multifragmentacja

Mechanizm przebiegu reakcji w zderzeniach ciężkich jonów przy pośrednich energiach wciąż nie jest do końca poznany. Proces formowania się materii jądrowej oraz jej ewolucję czasową, w sposób statystyczny oraz dynamiczny opisuje multifragmentacja.

Reakcja jądrowa rozpoczyna się w momencie zderzenia jądra pocisku o określonej energii, najczęściej ze stacjonarnym jądrem tarczy. W konsekwencji obserwowana jest gwałtowna kompresja materii i emisja przedrównowagowa głównie wysokoenergetycznych lekkich cząstek bądź kwantów γ . Ze względu, iż tak powstały układ jest wzbudzony, dąży on do osiągnięcia stanu równowagi termodynamicznej, a w związku z tym ulega termalizacji. Powoduje to ekspansję całego układu oraz jego klasteryzację – w pewnym momencie czasu wymiana nukleonów jest możliwa jedynie w obrębie danego klastra, natomiast pomiędzy nimi wymiana nukleonów nie jest już możliwa. W ten sposób ustalona zostaje równowaga chemiczna, a coraz większe znaczenie odgrywać zaczyna oddziaływanie kulombowskie. Ewolucja czasowa takiego układu powoduje separację klastrów na tzw. fragmenty "gorące", co następnie prowadzi do wtórnych rozpadów i formowania się ostatecznych produktów reakcji, które mogą już zostać rejestrowane w warunkach eksperymentalnych jako tzw. fragmenty "zimne". Warto zaznaczyć, że proces multifragmentacji ma miejsce gdy energia wzbudzenia zderzającego się układu wynosi ok. $4 - 9 \text{ MeV/A}$. Poniżej tego zakresu dominuje rozszczepienie, natomiast powyżej – waporyzacja (spontaniczna emisja nukleonów). Schematycznie przebieg procesu multifragmentacji przedstawiony został na Rysunku 1.1.



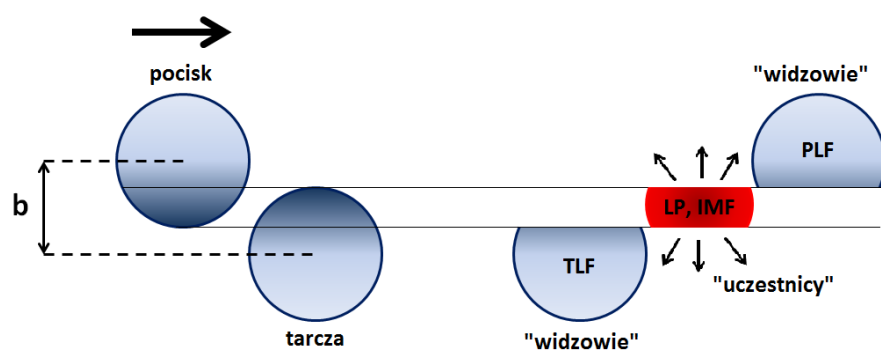
RYSUNEK 1.1: Schematyczne przedstawienie procesu multifragmentacji.

Statystyczny opis procesu multifragmentacji [5, 6] opiera się na założeniu, że podczas reakcji układ dąży do równowagi statystycznej, która utrzymuje się podczas jego ekspansji, aż do chwili osiągnięcia stanu "wymrożenia" (*freeze out*) w całej objętości. W tym stanie zaczyna dominować odpychanie kulombowskie, a cząstki nie oddziałują jądrowo, po czym obserwowany jest rozpad układu na neutrony, cząstki lekkie oraz fragmenty o pośrednich masach.

Podejście dynamiczne [7–9] początkowo było wykorzystywane do opisu widm protonów oraz produkcji cząstek, a następnie multifragmentacji. Cały układ charakteryzowany jest pełnym zakresem parametrów dla poszczególnych nukleonów w czasie przebiegu reakcji. Dodatkowo, podczas kompresji i szybkiej dekompresji zakładane jest współistnienie fazy ciekłej ($Z > 2$) i gazowej ($Z = 1$, $Z = 2$), co pozwala określić gęstość i temperaturę materii jądrowej, a w konsekwencji badać występowanie przejścia fazowego oraz poszukiwać punktu krytycznego materii jądrowej.

1.2 Model widz–uczesnik

W przypadku energii pośrednich, mechanizm przebiegu reakcji może być opisywany tzw. modelem widz–uczesnik [10]. W momencie zderzenia pocisku o określonej energii z tarczą, powstają obszary bezpośrednio biorące udział w reakcji – tzw. "uczestnicy", oraz te od niej wolne – tzw. "widywie". Wielkość tych stref, a tym samym liczba nukleonów wchodzących w ich skład, determinowana jest przez parametr zderzenia – im jest on większy, tym nukleonów biorących udział w reakcji jest mniej, a w ich skład wchodzi fragmenty zarówno pochodzenia pociskopodobnego (PLF – *projectile-like fragment*), jak również tarczopodobnego (TLF – *target-like fragment*). Produkty reakcji tzw. fragmenty o pośrednich masach (IMF – *Intermediate Mass Fragment*) oraz cząstki lekkie (LP – *Light Particle*): n , p , d , t , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ emitowane są natomiast ze strefy tzw. "uczestników" – im zderzenie jest bardziej centralne (parametr zderzenia jest mniejszy), tym ich strefa jest większa, a produkowane fragmenty są bardziej zróżnicowane zarówno izotopowo, jak i energetycznie. Schematyczne przedstawienie modelu widz–uczesnik znajduje się na Rysunku 1.2.



RYSUNEK 1.2: Schematyczne przedstawienie modelu widz–uczestnik przed (lewa strona) oraz po zderzeniu (prawa strona), przy założeniu określonego parametru zderzenia (b) jako odległość pomiędzy środkami zderzających się jąder.

Rozdział 2

Numeryczne modelowanie reakcji ciężkojonowych

Dzięki rozwojowi nowoczesnych technik numerycznych możliwe jest wykonanie symulacji komputerowych odzwierciedlających przebieg reakcji jądrowych.

Proces modelowania reakcji zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach odbywa się dwuetapowo. Pierwszy z nich opisuje sam proces kolizji jądra pocisku z tarczą przy zadanej energii poprzez kształtowanie się oraz emisję pierwotnych produktów reakcji. Teoretyczne podejścia odnoszące się do tego typu materii jądrowej charakteryzują np. modele QMD [11, 12] oraz AMD [13–17]. Natomiast deekscytacja pierwotnych wzbudzonych fragmentów, poprzez wtórne rozpady aż do uformowania się końcowych produktów reakcji opisywana jest poprzez kody GEMINI [18] oraz *cooler* [19]. Szczegółowa charakterystyka wymienionych modeli i kodów zawarta została w niniejszym rozdziale.

2.1 Model QMD

Model QMD (*Quantum Molecular Dynamics*) jest to teoretyczny model *n-ciałowy*, który pozwala na czasową obserwację i analizę zderzających się nukleonów podczas reakcji ciężkojonowych przy energiach z zakresu $30 \text{ MeV}/A$ - $1 \text{ GeV}/A$. Model ten uwzględnia też między innymi: zakaz Pauliego, ruch Fermiego nukleonów w jądrze, a także rozpraszanie nieelastyczne oraz zakłada, że:

- rozpraszane nukleony traktowane są jakby były swobodne,
- zderzenia nukleonów są statystycznie niezależne, a interferencja pomiędzy dwoma różnymi kolizjami jest zaniedbywalna,
- część rzeczywista macierzy przejścia może być zastąpiona efektywnym potencjałem,
- fermionowa natura nukleonów może być opisywana bez bezpośredniego użycia antysymetrycznej funkcji falowej.

Proces symulacji reakcji jądrowej rozpoczyna się od ustalenia położenia nukleonów w kuli o promieniu zależnym od liczby masowej jądra pocisku A według zależności: $r = r_0 A^{1/3}$, gdzie $r_0 = 1.12 \text{ fm}$ jest klasycznym promieniem nukleonu. Natomiast pęd nukleonów w jądrze losowany jest z przedziału od zera do lokalnego pędu Fermiego według relacji: $p_F(r_{0i}) = \sqrt{2mU(r_{0i})}$, gdzie: $U(r_{0i})$ określa energię potencjalną i -tego nukleonu.

Każdy nukleon podlegający modelowaniu opisywany jest następującym gaussowskim pakietem falowym ψ_i o szerokości $L = 1.08 \text{ fm}^2$:

$$\psi_i(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi L)^{3/4}} \exp\left(-\frac{(\vec{r} - \vec{r}_{0i}(t))^2}{4L}\right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \vec{p}_{0i}(t) \vec{r}\right), \quad (2.1)$$

gdzie: \vec{r}_{0i} oraz \vec{p}_{0i} opisują odpowiednio średnie położenie i pęd i -tego nukleonu, natomiast \hbar to zredukowana stała Plancka.

Pakiety falowe lokalizują nukleony w określonych obszarach jądra, które mogą się przemieszczać zgodnie z prawami mechaniki klasycznej w efektywnym potencjale V :

$$V = V_{local} + V_{Yukawa} + V_{Coulomb}. \quad (2.2)$$

Uwzględnia on lokalne oddziaływania typu Skyrme (V_{local}) odpowiadającemu potencjałowi średniemu [20, 21], potencjał Yukawy (V_{Yukawa}) opisujący zjawiska powierzchniowe oraz potencjał kulombowski ($V_{Coulomb}$) charakteryzujący oddziaływania nukleonów obdarzonych ładunkiem [22].

Pojedyncze zderzenia nukleon-nukleon mogą być rozpatrywane jako kaskada wewnętrzjądrowa przy założeniu, że oddziaływanie więcej niż dwóch nukleonów nie występuje. W takim przypadku, dwie cząstki mogą ze sobą oddziaływać na dystansie d_0 (środków pakietów gaussowskich tych cząstek) mniejszym niż

$d_0 = \sqrt{\sigma(\sqrt{s})/\pi}$ nazywanym odległością największego zbliżenia, obliczanym przy użyciu przekroju czynnego w zależności od ich energii w układzie środka masy: $\sigma(\sqrt{s})$.

Jednym z ciekawych aspektów, których badanie jest możliwe dzięki modelowi QMD jest proces multifragmentacji. Jest on związany z szerokością gaussowskich pakietów falowych. Im są one większe, tym zasięg oddziaływania nukleonów wzrasta, co prowadzi do zmniejszenia się liczby fragmentów, ponieważ każdy nukleon związany jest z większą liczbą innych nukleonów. Ponadto, dla mniejszych pakietów falowych, fluktuacje nabierają na znaczeniu powodując, że wzbudzone jądro emituje większą ilość cząstek.

2.2 Model AMD

Formowanie się klastrów podczas reakcji ciężkojonowych poprzez przybliżenie pola średniego nie jest wystarczające ze względu na niezadowalający opis korelacji wielociałowych. W związku z tym zaproponowany został model antysymetrycznej dynamiki molekularnej AMD (*Antisymmetrized Molecular Dynamics*). Model ten opisuje wielonukleonową materię jądrową jako iloczyn gaussowskich antysymetrycznych pakietów falowych uwzględniających efekty kwantowe oraz zderzenia nukleon-nukleon.

Dynamika wzbudzonych wielonukleonowych układów, do których należą reakcje ciężkojonowe jest skomplikowanym kwantowo-mechanicznym zagadnieniem wielociałowym. Dla każdego kanału, niezależna funkcja falowa, która opisywana jest wyznacznikiem Slatera dla gaussowskiego pakietu falowego o szerokości $\nu = 0.16 \text{ fm}^{-2}$, przedstawia się następująco:

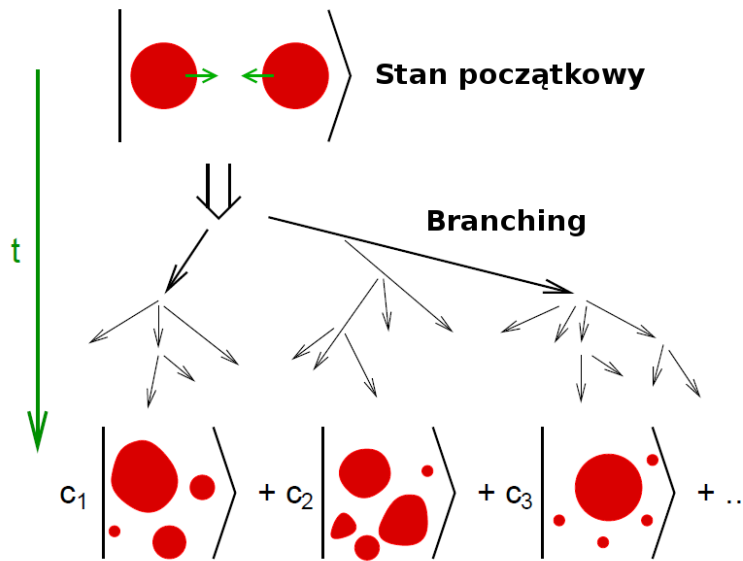
$$\Phi(Z) = \det \left[\exp \left\{ -\nu \left(\mathbf{r}_j - \frac{\mathbf{Z}_i}{\sqrt{\nu}} \right)^2 + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_i^2 \right\} \chi_{\alpha_i}(j) \right], \quad (2.3)$$

gdzie: $Z \equiv \{\mathbf{Z}_i; i = 1, \dots, A\} = \{Z_{i\sigma}; i = 1, \dots, A, \sigma = x, y, z\}$ reprezentuje położenia środków mas pakietów falowych w przestrzeni fazowej, natomiast stany izospinowe opisywane są przez: $\chi_{\alpha_i} = p \uparrow, p \downarrow, n \uparrow, n \downarrow$. Ewolucja czasowa Z determinowana jest zgodnie z założeniem wariacyjnym, co prowadzi do równania ruchu danego wzorem 2.4:

$$i\hbar \sum_{j\tau} C_{i\sigma,j\tau} \frac{dZ_{j\tau}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Z_{i\sigma}^*}, \quad (2.4)$$

gdzie: $C_{i\sigma,j\tau}$ reprezentuje macierz hermitowską dla $\sigma, \tau = x, y, z$, natomiast \mathcal{H} jest wartością oczekiwaną Hamiltonianu, zależną od liczby fragmentów oraz parametru pozwalającego uzyskać odpowiednie energie wiązań jąder.

Multifragmentacja jest zagadnieniem złożonym, trudnym w opisie ze względu na fakt, iż stan końcowy może być superpozycją wielu kanałów przebiegu reakcji reprezentowanych przez poszczególne funkcje falowe. W związku z tym istnieje duża ilość różnych możliwości rozpadu pierwotnego systemu na poszczególne fragmenty. Taka realizacja procesu modelowania reakcji jądrowej jest możliwa w oparciu o tzw. "quantum branching". Schematyczne przedstawienie tego zjawiska zaprezentowane zostało na Rysunku 2.1.



RYSUNEK 2.1: Schematyczne przedstawienie "quantum branching" dla różnych możliwych kanałów przebiegu reakcji [14].

2.3 Kod GEMINI

Kod GEMINI opiera się na statystycznym i sekwencyjnym rozpadzie wzbudzonego jądra złożonego. Uwzględnia on szeroki zakres binarnych kanałów rozpadu, do których należą: deekscytacja, emisja cząstek lekkich lub nukleonów, rozszczepienie

oraz emisja kwantów gamma. Jądro złożone jest poddawane tym przemianom tak długo, aż energetycznie staje się to dłużej niemożliwe.

Teoretyczny aspekt kodu GEMINI bazuje na formalizmie: Hausera–Feshbacha dla $Z \leq 2$ [23] oraz Moretto, w przypadku emisji cięższych fragmentów [24]. Emisja lekkich cząstek (Z_1, A_1) o spinie J_1 ze wzbudzonego jądra (Z_0, A_0) o energii E^* oraz spinie J_0 , poprzez jądro pośrednie (Z_2, A_2) o spinie J_2 dana jest prawdopodobieństwem $\Gamma_{J_2}(Z_1, A_1, Z_2, A_2)$:

$$\Gamma_{J_2}(Z_1, A_1, Z_2, A_2) = \frac{2J_1 + 1}{2\pi\rho_0} \sum_{l=|J_0-J_2|}^{J_0+J_2} \int_0^{E^*-B-E_{rot}(J_2)} T_l(\epsilon) \rho_2(U_2, J_2) d\epsilon, \quad (2.5)$$

gdzie: l , ϵ to odpowiednio orbitalny moment pędu oraz energia kinetyczna emitowanej cząstki. Natomiast $\rho_2(U_2, J_2)$ charakteryzuje gęstość stanu pośredniego o energii termicznej:

$$U_2 = E^* - B - E_{rot}(J_2) - \epsilon, \quad (2.6)$$

gdzie: B to energia wiązania, $E_{rot}(J_2)$ jest sumą energii rotacji i deformacji układu pośredniego, natomiast ρ_0 opisuje gęstość układu początkowego.

Współczynnik transmisji $T_l(\epsilon)$ jest obliczany w oparciu o ostre odcięcie przybliżonego układu klasycznego o promieniu absorpcji R :

$$R = \begin{cases} 1.16 A_2^{1/3} + 2.6 \text{ fm} & \text{dla emisji protonów i neutronów} \\ 1.16 A_2^{1/3} + 3.7 \text{ fm} & \text{dla emisji cząstek alfa,} \end{cases} \quad (2.7)$$

zgodnie z następującym układem równań:

$$T_l(\epsilon) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \epsilon < E_{Coul} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R^2} \\ 1 & \text{dla } \epsilon \geq E_{Coul} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R^2}, \end{cases} \quad (2.8)$$

gdzie: μ to masa zredukowana, natomiast bariera kulombowska E_{Coul} określana jest empirycznie [25].

Prawdopodobieństwo emisji fragmentów cięższych $\Gamma(Z_1, A_1, Z_2, A_2)$, zgodnie z formalizmem Moretto przedstawia się następująco:

$$\Gamma(Z_1, A_1, Z_2, A_2) = \frac{1}{2\pi\rho_0} \int_0^{E^*-B-E_{sad}(J_0)} \rho_{sad}(U_{sad}, J_0) d\epsilon, \quad (2.9)$$

gdzie: U_{sad} oraz ρ_{sad} opisują odpowiednio energię termiczną oraz gęstość konfiguracji punktu siodłowego jako:

$$U_{sad} = E^* - E_{sad}(J_0) - \epsilon, \quad (2.10)$$

gdzie: E_{sad} charakteryzuje energię rotacji i deformacji punktu siodłowego, natomiast ϵ opisuje energię kinetyczną translacyjnych stopni swobody.

2.3.1 Kod *cooler*

Kod *cooler* [19] jest jednym z wariantów kodu GEMINI, który w swoich obliczeniach dodatkowo uwzględnia skalę czasową oraz trajektorie kulombowskie dla sekwencyjnie emitowanych cząstek.

Większość kodów symulujących wtórne wyparowanie opiera się na założeniu, że poszczególne rozpady są dobrze odseparowane w czasie, przez co zachowują statystyczną niezależność. Jednak, wraz ze wzrostem energii wzbudzenia, skala czasowa emisji fragmentów zmniejsza się powodując zerwanie powyższego założenia. Może się to odbywać na dwa sposoby:

- jądra pierwotne nie osiągają pełnej równowagi pomiędzy kolejnymi emisjami fragmentów,
- obecność wcześniej wyemitowanych cząstek w bliskim pobliżu jąder pierwotnych wpływa na dalsze procesy rozpadów.

Obliczenia związane z emisją fragmentów wzdłuż tzw. "ścieżek" rozpadów charakteryzowane są poprzez stałe czasowe τ , które dla poszczególnych rozpadów przedstawiają się następująco:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma_{light}^{tot} + \Gamma_{IMF}^{tot}}, \quad (2.11)$$

gdzie: całkowite prawdopodobieństwo emisji lekkich Γ_{light}^{tot} oraz cięższych fragmentów o pośrednich masach Γ_{IMF}^{tot} określone są odpowiednio na podstawie równań: (2.5) oraz (2.9). Wszystkie wyemitowane cząstki poruszają się w obszarze wzajemnego oddziaływania kulombowskiego, które jest obliczane numerycznie poprzez

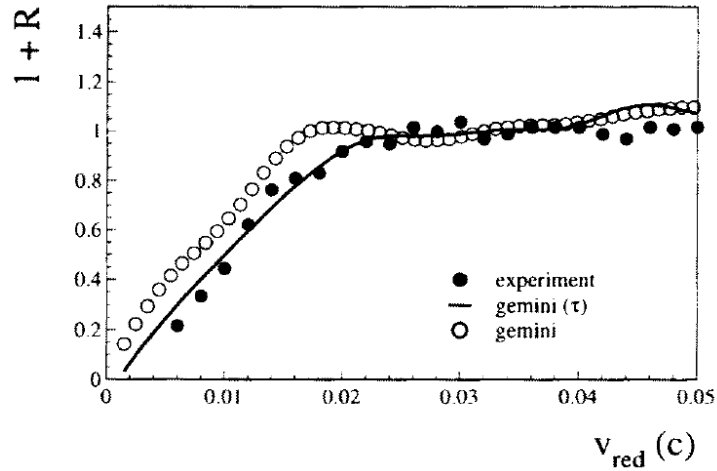
całkowanie równań ruchu. Dodatkowo uwzględnione zostały także korelacje pomiędzy poszczególnymi parami cząstek naładowanych. Dlatego zastosowana została korelacja $1 + R$ w funkcji prędkości zredukowanej par fragmentów v_{red} o ładunku Z_i oraz Z_j :

$$1 + R = \frac{N_{ij}^{true}(v_{red})}{N_{ij}^{mix}(v_{red})}, \quad (2.12)$$

gdzie: prędkość względna v_{rel} wyraża się poniższym wzorem:

$$v_{red} = \frac{v_{rel}}{\sqrt{Z_i + Z_j}}. \quad (2.13)$$

Liczba korelacji pomiędzy parami fragmentów oznaczona została jako: N_{ij}^{true} , natomiast N_{ij}^{mix} określa ilość losowych korelacji uzyskanych poprzez zmieszanie kilku kolejnych eventów. Rysunek 2.2 przedstawia opisane powyżej korelacje dla fragmentów z zakresu: $3 \leq Z \leq 7$, wyprodukowanych w reakcji: $Kr + Nb$ przy energii wiązki 35 MeV/A , pod kątem polarnym: $7^\circ \leq \Theta_{lab} \leq 35^\circ$ [19].



RYSUNEK 2.2: Różnice pomiędzy standardowym kodem GEMINI (*gemini*), *cooler* (*gemini* (τ)) oraz danymi eksperymentalnymi (*experiment*) dla wybranej grupy przypadków powstałych w reakcji $Kr + Nb$ przy energii wiązki równej 35 MeV/A [19].

Rozdział 3

Analiza danych modelowych

Zaawansowane symulacje komputerowe pozwalają w dogłębny i różnorodny sposób badać szeroki zakres zjawisk fizycznych, które następnie mogą zostać porównane z danymi eksperymentalnymi, a także wnieść wkład w rozwój i udoskonalanie modeli teoretycznych. W niniejszym rozdziale przedstawione zostały rezultaty symulacji komputerowych uwzględniające wybór odpowiedniej grupy fragmentów poddawanych dalszej analizie. Jest to możliwe dzięki estymacji parametru zderzenia oraz określeniu czasu przebiegu reakcji.

3.1 Parametr zderzenia

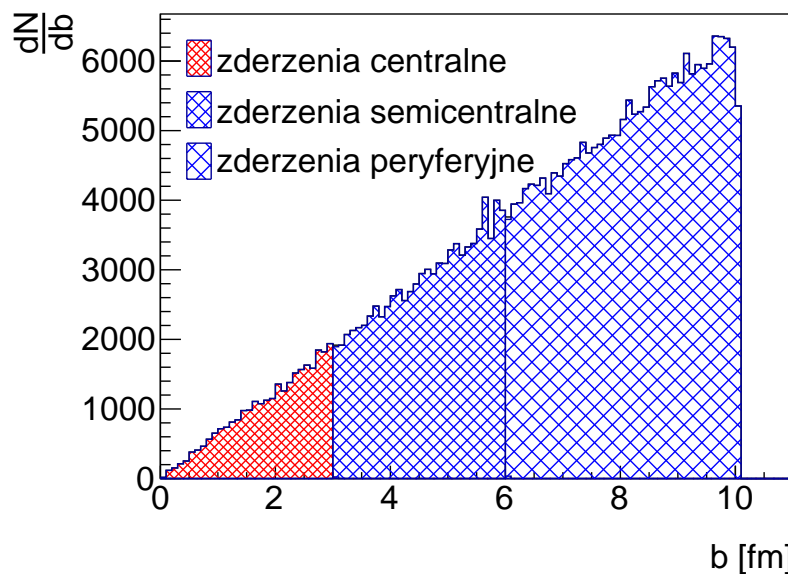
Parametr zderzenia jest wielkością bezpośrednio niemierzalną przez co trudną w określeniu. W zależności od jego wartości obserwowane są różne produkty reakcji zgodnie z opisanym w Rozdziale 1.2 modelem widz-uczestnik. W przypadku symulacji zderzeń ciężkich jonów istotne jest określenie maksymalnej wartości parametru zderzenia, powyżej którego zderzające się jądra atomowe są zbyt daleko od siebie, aby mogły ze sobą oddziaływać i zainicjować reakcję jądrową. Wartość ta szacowana jest następująco:

$$b_{max} \leq R_1 + R_2, \quad (3.1)$$

$$R_{1,2} = r_0 A_{1,2}^{1/3}, \quad (3.2)$$

gdzie: R_1 oraz R_2 odpowiadają promieniom zderzających się jąder pocisku o liczbie masowej A_1 i tarczy (A_2) wyrażonych wzorem (3.2). Natomiast parametr r_0 jest tzw. normalnym promieniem jądrowym wynoszącym ok. 1.2 fm .

Przekrój czynny na reakcję jest proporcjonalny do kwadratu parametru zderzenia i może przybierać wartości z przedziału od zera do wcześniej określonej wartości maksymalnej. Zależność ta dla wybranej reakcji: $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$, o energii wiązki: $E = 47 \text{ MeV}/A$ oraz $b_{\max} \leq 10.09 \text{ fm}$ przedstawiona została na Rysunku 3.1. Całkowity rozkład parametru zderzenia podzielony został na dwa obszary: zderzeń centralnych ($b \leq 3 \text{ fm}$) oraz semicentralnych wraz ze zderzeniami peryferyjnymi ($b > 3 \text{ fm}$). Z punktu widzenia badania mechanizmów reakcji, obszar zderzeń centralnych, w którym liczba oddziałujących nukleonów jest największa, a z którego emitowane są fragmenty o pośrednich masach (IMF) jest najbardziej interesujący i poddany dalszej analizie. W związku z tym, sposób określania parametru zderzenia odpowiadającemu temu obszarowi jest istotny i przedstawiony w dalszej części rozdziału. Ponadto, jak wcześniej wspomniano, parametr zderzenia jest wielkością niemierzalną eksperymentalnie, przez co określenie go przy pomocy innych obserwabli jest istotne.



RYСУNEK 3.1: Rozkład parametru zderzenia dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ o energii wiązki $E = 47 \text{ MeV}/A$ według przewidywań modelu QMD.

3.1.1 Estymatory parametru zderzenia

Estymator parametru zderzenia może być określany na podstawie wielu obserwacji związanych z wielkościami fizycznymi charakteryzującymi powstałe w reakcji fragmenty. Spotykane w literaturze sposoby szacowania parametru zderzenia to:

1. Prędkość najcięższego fragmentu ($v_{Z_{max}}^{CM}$) normalizowana do prędkości pocisku (v_p^{CM}) w układzie środka masy (CM) $\frac{v_{Z_{max}}^{CM}}{v_p^{CM}}$ gdzie:

$$v_p^{CM} = v_p \frac{A_p}{A_p + A_t} = 1.389\sqrt{E} \frac{A_p}{A_p + A_t}, \quad (3.3)$$

$$v_{Z_{max}}^{CM} = \frac{\sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}}{A_{Z_{max}}} = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{A_{Z_{max}}}} u. \quad (3.4)$$

W równaniu (3.3) parametry w układzie laboratoryjnym odnoszą się do liczby masowej pocisku A_p , jej prędkości v_p oraz energii wiązki E , a także liczby masowej jądra tarczy A_t . Natomiast określenie prędkości najcięższego fragmentu powstałego w poszczególnym zderzeniu odbywa się zgodnie ze wzorem (3.4) i uwzględnia liczbę masową $A_{Z_{max}}$ oraz trzy składowe pędu p_x , p_y , p_z , bądź energię kinetyczną E_{kin} tego fragmentu w układzie laboratoryjnym. Wartość jednostki masy atomowej jest równa $1u = 931.48 \text{ MeV}/c^2$.

2. Energia transversalna (poprzeczna) definiowana jako energia kinetyczna obliczona z wykorzystaniem prostopadłej składowej prędkości poszczególnych fragmentów do kierunku wiązki \vec{z} . Jej wartość określana jest następująco:

$$E_{trans} = \sum_{i=1}^M \frac{(\vec{p}_i \times \vec{z})^2}{2m_i} = \sum_{i=1}^M E_i \sin^2 \theta_i, \quad (3.5)$$

gdzie: p_i , m_i , E_i oraz θ_i reprezentują odpowiednio pęd, masę, energię kinetyczną oraz kąt biegunowy, pod którym poszczególne fragmenty (do ich maksymalnej krotności M) pochodzące ze zderzenia są emitowane.

3. Krotność cząstek naładowanych emitowanych w każdym, poszczególnym zderzeniu. Mała krotność emitowanych fragmentów świadczy o zderzeniu bardziej peryferyjnym, natomiast im zderzenie jest bardziej centralne, tym ilość cząstek wzrasta, a parametr zderzenia jest mniejszy.

Dla wybranej reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$ przeprowadzona została analiza powyższych trzech estymatorów parametru zderzenia, co zostało

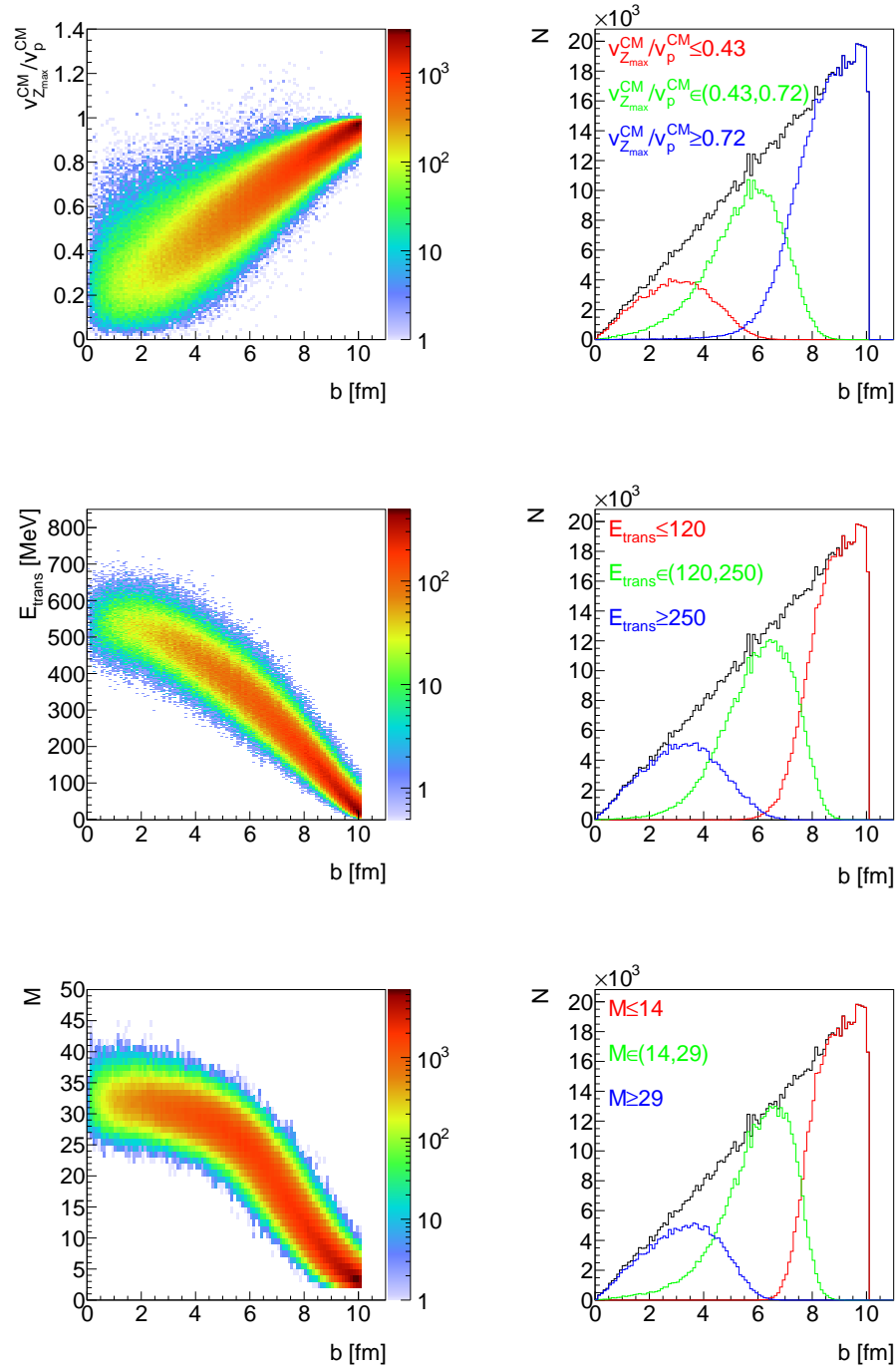
przedstawione na Rysunku 3.2. Panele po lewej stronie reprezentują ich zależność od przewidywanej wartości zgodnie z modelem QMD+*cooler*, natomiast panele po prawej stronie odpowiadają trzem wybranym przedziałom odzwierciedlającym zderzenia centralne, semicentralne oraz peryferyjne. Ich wartości zostały przedstawione za pomocą kolorowych linii, podczas gdy czarna linia odnosi się do modelowych przewidywań rozkładu parametru zderzenia bez nałożenia jakichkolwiek warunków. Wartości numeryczne otrzymanego parametru zderzenia w zależności od wyboru estymatora parametru zderzenia przedstawione zostały w Tabeli 3.1. Na tej podstawie, zderzenie centralne definiowane zostały poprzez $\frac{v_{Zmax}^{CM}}{v_p^{CM}} \leq 0.43$, co daje wartość parametru zderzenia około $3 fm$, zgodną z przewidywaniami teoretycznymi.

TABELA 3.1: Numeryczna analiza estymatorów parametru zderzenia.

| Estymator parametru zderzenia | Zakres | Wartość średnia rozkładu |
|---------------------------------|---|--------------------------|
| Prędkość najcięższego fragmentu | $\frac{v_{Zmax}^{CM}}{v_p^{CM}} \leq 0.43$ | 3.00 ± 1.28 |
| | $\frac{v_{Zmax}^{CM}}{v_p^{CM}} \in (0.43, 0.72)$ | 5.47 ± 1.41 |
| | $\frac{v_{Zmax}^{CM}}{v_p^{CM}} \geq 0.72$ | 8.49 ± 1.13 |
| Energia transversalna [MeV] | $E_{trans} \geq 250$ | 3.23 ± 1.35 |
| | $E_{trans} \in (120, 250)$ | 6.01 ± 1.29 |
| | $E_{trans} \geq 120$ | 8.81 ± 0.85 |
| Krotność cząstek naładowanych | $M \geq 29$ | 3.24 ± 1.31 |
| | $M \in (14, 29)$ | 5.96 ± 1.32 |
| | $M \leq 14$ | 8.86 ± 0.77 |

3.2 Ewolucja czasowa układu

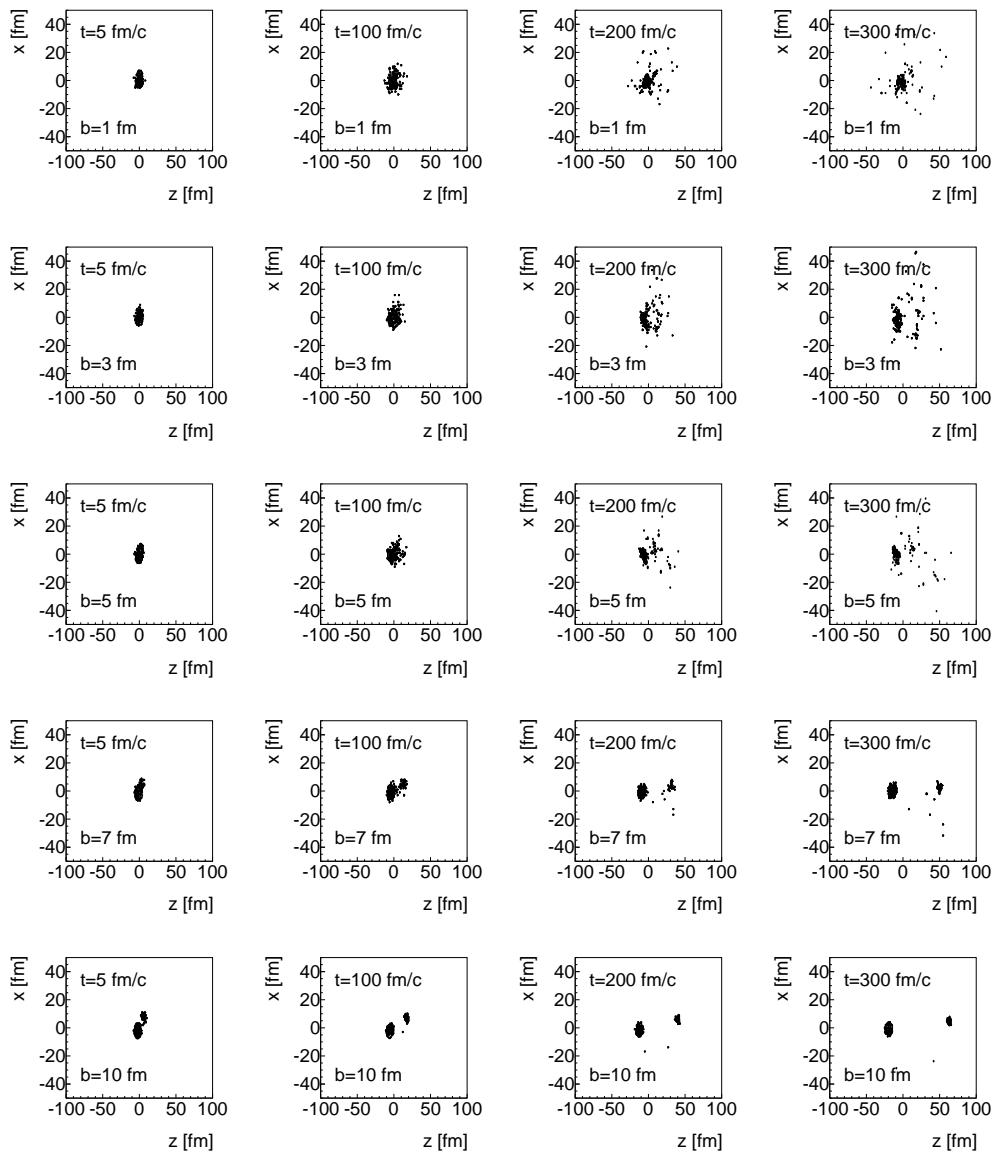
Możliwość komputerowego modelowania reakcji jądrowych pozwala na analizę dynamiki całego układu, tak aby teoretycznie przewidzieć jego ewolucję czasową oraz określić parametry bezpośrednio niedostępne w eksperymencie. Przykładowy scenariusz przebiegu reakcji w płaszczyźnie położenia (x vs z) poszczególnych nukleonów, z uwzględnieniem czterech różnych momentów ewolucji czasowej reakcji oraz pięciu parametrów zderzenia, dla reakcji $^{40}Ar + ^{124}Sn$ przy energii wiązki równej $47 MeV/A$, przedstawiony został na Rysunku 3.3. Początek reakcji jądrowej zakładany jest dla czasu $t = 0 fm/c$, gdy jądra pocisku i tarczy rozseparowane są na odległość $2.5 fm$. Natomiast czas reakcji $t = 5 fm/c$ odpowiada konfiguracji



RYSUNEK 3.2: Związek parametru zderzenia w zależności od metody jego estymacji: prędkość najcięższego fragmentu (górne panele), energia transwersalna (środkowe panele) oraz krotność cząstek naładowanych (dolne panele). Przewidywania modelu QMD+cooler dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$.

nukleonów zaraz po zderzeniu jądra pocisku z tarczą. Jak można zaobserwować,

ewolucja czasowa układu zależy od wartości parametru zderzenia. Tak więc, w zderzeniach centralnych następuje kolizja jąder, w której prawie wszystkie nukleony biorą udział w reakcji, natomiast przy wyższych wartościach parametru zderzenia obserwowany jest binarny charakter reakcji.

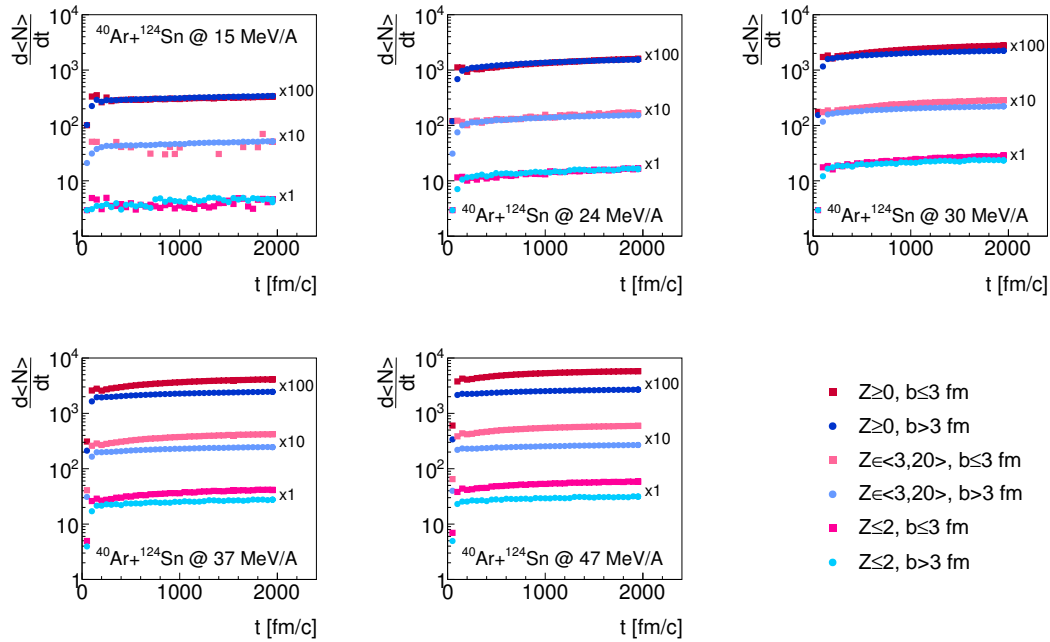


RYSUNEK 3.3: Ewolucja czasowa nukleonów przy różnych parametrach zderzenia według przewidywań modelu QMD.

Jak już zostało wspomniane, reakcje zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach przebiegają w sposób bardzo dynamiczny, między innymi ze względu na dość wysoką energię wzbudzenia produkowanych fragmentów. W związku z tym, należy określić do jakiego momentu w czasie produkowane są fragmenty pierwotne, a od którego już fragmenty wtórne. Zakłada się, że czas reakcji $t = 300 \text{ fm/c}$

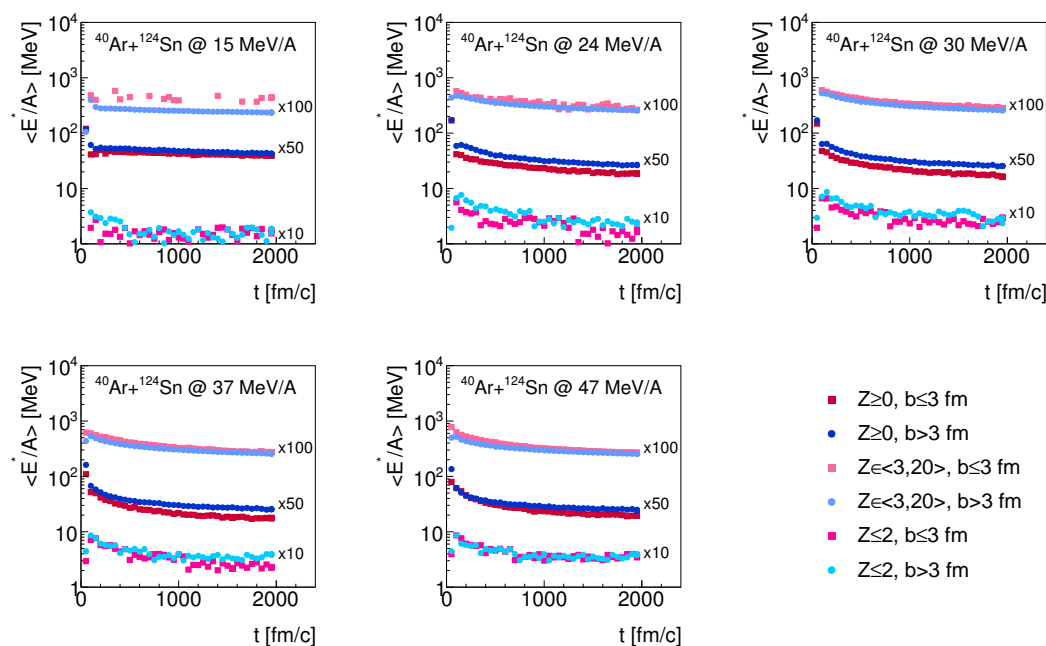
jest wystarczający na uformowanie się pierwotnych produktów reakcji. Zależność czasowa produkowanych cząstek oraz ich energii wzbudzenia, oparta na modelu QMD została zbadana dla następującego systemu: $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy pięciu różnych energiach wiązki: 15, 24, 30, 37, 47 MeV/A.

Na Rysunku 3.4 przedstawione zostały zależności czasowe produkowanych fragmentów w odniesieniu do wartości energii inicjującej zderzenie, a także wartości parametru zderzenia. Analizie poddane zostały następujące grupy fragmentów: wszystkie powstałe fragmenty: $Z \geq 0$, fragmenty o pośrednich masach: $Z \in < 3, 19 >$, cząstki lekkie: $Z \leq 2$. Jak widać, wraz ze wzrostem energii pocisku, wzrasta średnia ilość produkowanych cząstek oraz obserwowane są coraz większe różnice pomiędzy przedstawionymi zakresami parametru zderzenia, pod którym zachodziła reakcja, od wybranej grupy fragmentów. Ponadto, dla najniższej analizowanej energii równej 15 MeV/A, szczególnie w przypadku fragmentów o pośrednich masach oraz cząstek lekkich, które powstały w zderzeniach centralnych, widoczne są duże fluktuacje produkowanej materii. Natomiast w przypadku systemów o wyższych energiach, po początkowych fluktuacjach, następuje obszar bardzo niewielkiego i stałego wzrostu.



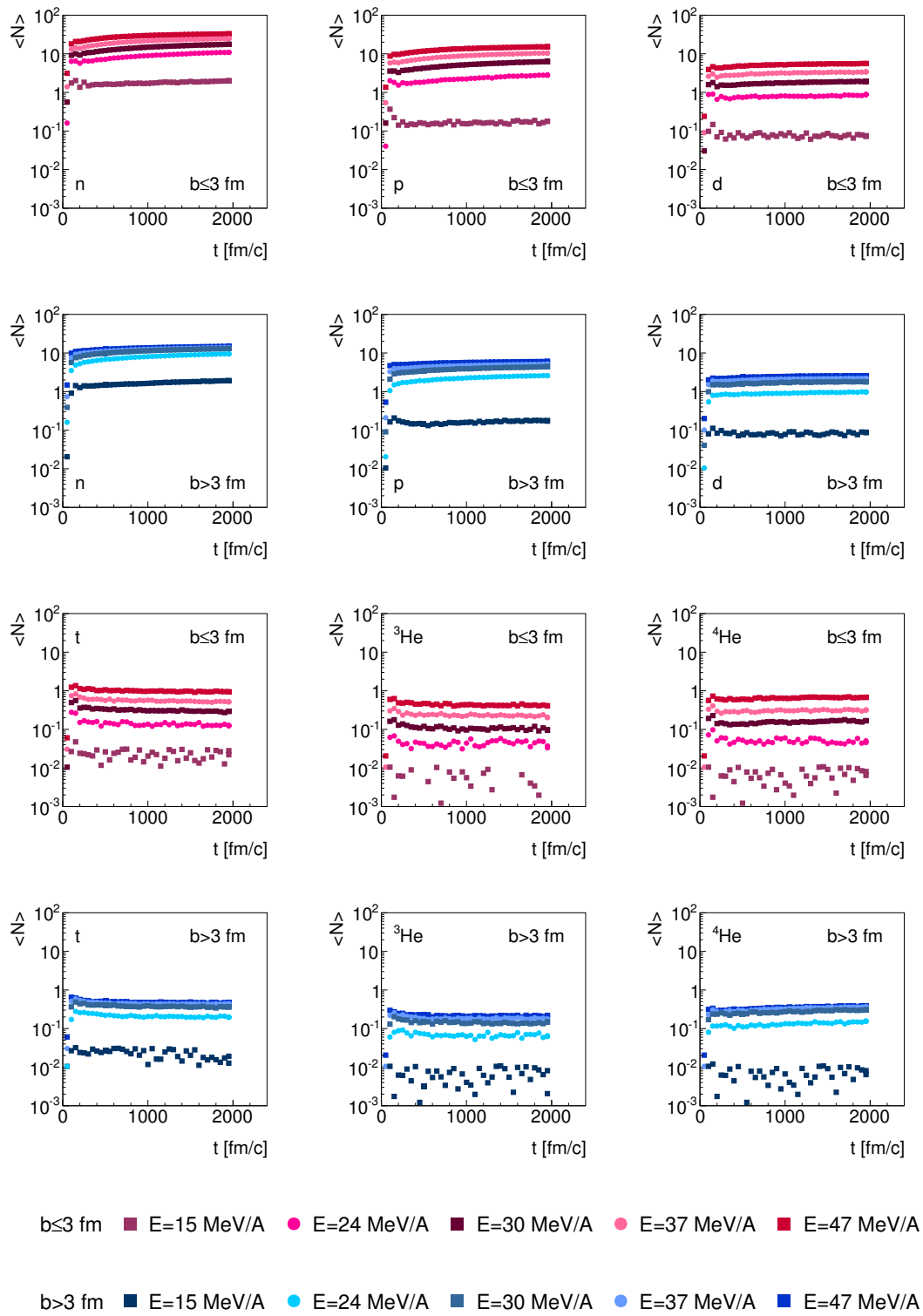
RYSUNEK 3.4: Średnia produkcja fragmentów w czasie dla zderzeń centralnych, semicentralnych oraz peryferyjnych odpowiednio przeskalowana dla lepszego rozseparowania danych.

Dla tych samych grup fragmentów oraz zakresów parametru zderzenia, przeprowadzona została także obserwacja średniej wartości energii wzbudzenia w czasie. Rezultaty te, po uprzednim przeskalowaniu zaprezentowane zostały na Rysunku 3.5. W tym przypadku, niezależnie od wybranej grupy cząstek oraz energii reakcji, obserwowany jest eksponencjalny spadek średniej wartości energii wzbudzenia wyprodukowanych w danym czasie fragmentów. Natomiast w przypadku cząstek najlżejszych widoczne są fluktuacje świadczące o dynamicznej i niestabilnej emisji tego typu jąder.



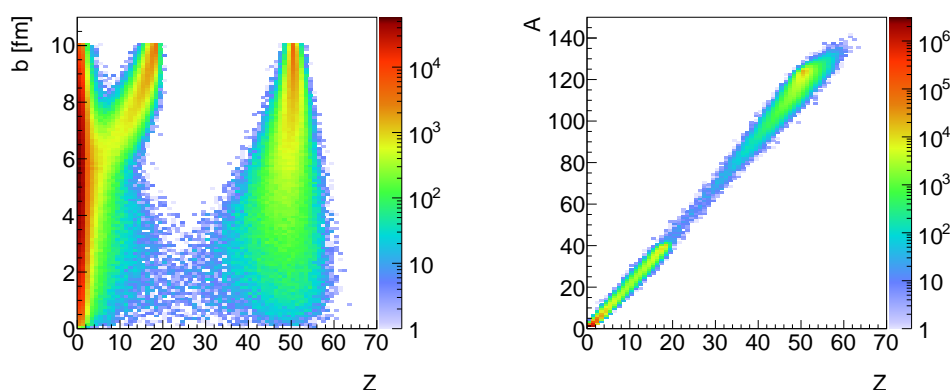
RYSUNEK 3.5: Średnia energia wzbudzenia produkowanych cząstek w zderzeniach centralnych, semicentralnych oraz peryferyjnych odpowiednio przeskalowana dla lepszego rozseparowania danych.

Rozważania dotyczące średniej produkcji następujących cząstek lekkich: n , p , d , t , ${}^3\text{He}$ oraz ${}^4\text{He}$ przedstawione zostały na Rysunku 3.6. Dla wybranej reakcji, niezależnie od założonej energii inicjującej zderzenie oraz parametru zderzenia, najczęściej populowana jest produkcja neutronów, gdzie właściwie dla każdego pojedynczego zderzenia, emisja tej cząstki jest obserwowana. Ponadto, wraz z energią reakcji wzrasta średnia ilość produkowanych cząstek niezależnie od ich rodzaju.

RYSUNEK 3.6: Średnia produkcja cząstek lekkich: n , p , d , t , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$.

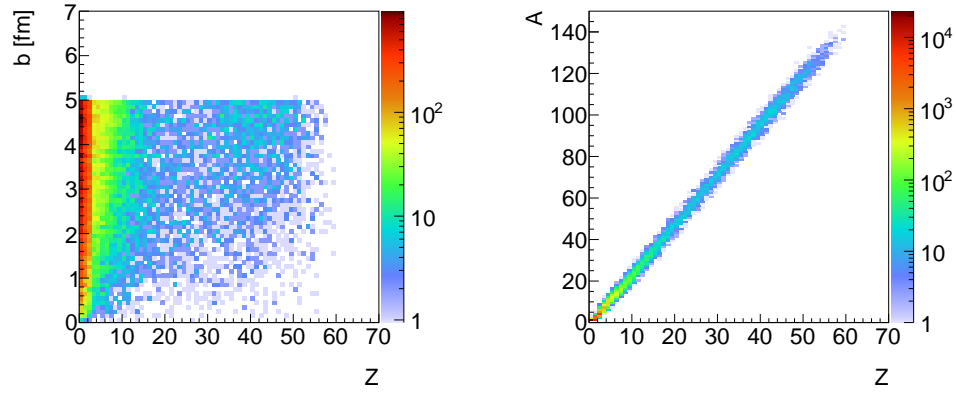
3.3 Pierwotne produkty reakcji

Pierwotne produkty reakcji są to fragmenty produkowane w początkowej fazie reakcji tuż po klasteryzacji. Produkcja fragmentów, w oparciu o przewidywania modelu QMD dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii $47 \text{ MeV}/A$ przedstawiona została na Rysunku 3.7. Widoczne jest, że najbardziej populowane są cząstki lekkie oraz pochodzenia pocisko- i tarczopodobnego, które powstały właściwie w całym zakresie dostępnego parametru zderzenia. W przypadku fragmentów z zakresu ok. $Z \in < 20, 40 >$ można stwierdzić, iż są one produkowane jedynie w zderzeniach okołocentralnych.



RYSUNEK 3.7: Produkcja fragmentów pierwotnych dla pełnego zakresu parametru zderzenia według przewidywań modelu QMD.

Dla grupy cząstek powstałych w zderzeniach centralnych i semicentralnych wykonana została analiza ich produkcji także w oparciu o model AMD (Rysunek 3.8). W przeciwieństwie do przewidywań modelu QMD, produkcja fragmentów jest zasadniczo stała za wyjątkiem cząstek najlżejszych oraz o pośrednich masach. Można także zauważyć, że w przypadku modelu AMD, produkcja fragmentów pocisko- oraz tarczopodobnych występuje w znacznie mniejszym stopniu niż w przypadku przewidywań modelu QMD. Różnice te spowodowane są samym procesem modelowania reakcji (Rozdział 2), co następnie przekłada się na dalszą ewolucję pierwotnych produktów reakcji opisanych w dalszych częściach niniejszego rozdziału.

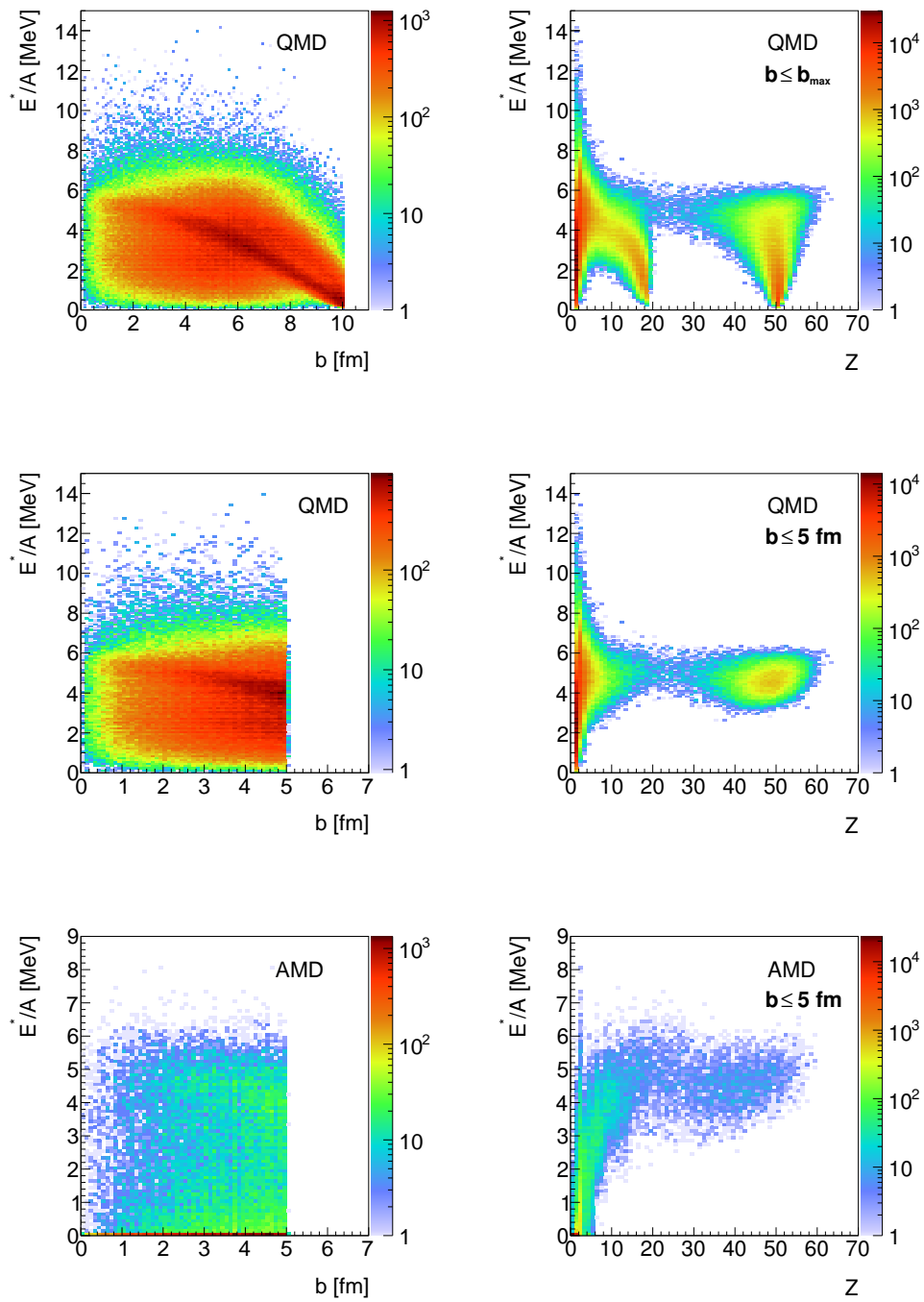


RYSUNEK 3.8: Produkcja fragmentów pierwotnych dla parametru zderzenia $b \leq 5 \text{ fm}$ według przewidywań modelu AMD.

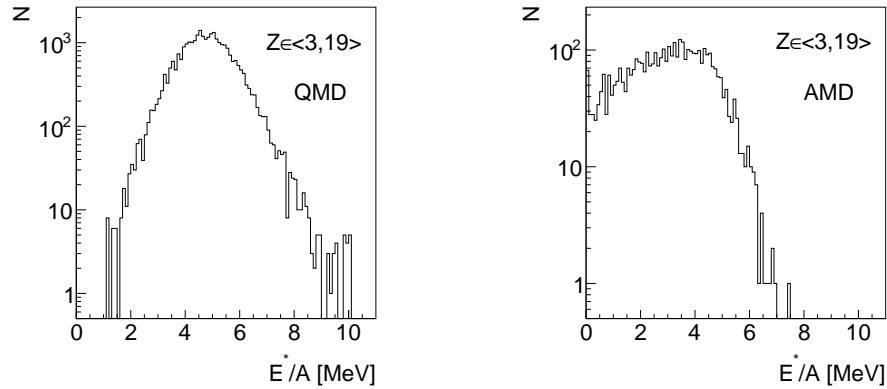
3.3.1 Energia wzbudzenia

Pierwotne fragmenty produkowane podczas reakcji zderzeń ciężkich jonów przy energiach pośrednich są niestabilne. W zależności od wartości parametru zderzenia, a co z tym związane emisją określonych cząstek, można zauważyć, że najbardziej wzbudzone są fragmenty najlżejsze, których też w takim zderzeniu powstaje najwięcej. W przypadku fragmentów pocisko- ($Z = 18$) oraz tarczopodobnych ($Z = 50$) zaobserwowane zostało znaczne obniżenie wartości energii wzbudzenia od wartości maksymalnej. Związek ten dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wejściowej równej 47 MeV/A , dla modeli QMD oraz AMD przedstawiony został na Rysunku 3.9.

Oszacowanie średniej wartości energii wzbudzenia, zgodnie z przewidywaniami modelu QMD oraz AMD, na przykładzie fragmentów o pośrednich masach powstałych w zderzeniach centralnych w reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki 47 MeV/A , przedstawione zostało na Rysunku 3.10. Widocznym jest, że zastosowane modele teoretyczne wykazują pewne rozbieżności dla produktów reakcji o pośrednich masach. Jednak wartości numeryczne zaprezentowane w Tabeli 3.2, potwierdzają również, że model AMD podczas symulacji reakcji obdarza produkowane fragmenty niższą energią wzbudzenia niż model QMD, niezależnie od wybranej grupy cząstek.



RYSUNEK 3.9: Zależność energii wzbudzenia od parametru zderzenia oraz pierwotnych produktów reakcji, dla przewidywań modelu QMD w pełnym zakresie parametru zderzenia: b_{max} (górne panele), a także: $b \leq 5 \text{ fm}$ dla modelu QMD (środkowe panele) oraz AMD (dolne panele).



RYSUNEK 3.10: Rozkład średniej energii wzbudzenia dla fragmentów o pośrednich masach $Z \in < 3, 19 >$ powstałych przy parametrze zderzenia z zakresu $b \in < 0, 3 >$, zgodnie z przewidywaniami modelu QMD (lewy panel) oraz AMD (prawy panel).

TABELA 3.2: Wartości numeryczne średniej energii wzbudzenia dla oszacowań modelu QMD oraz AMD.

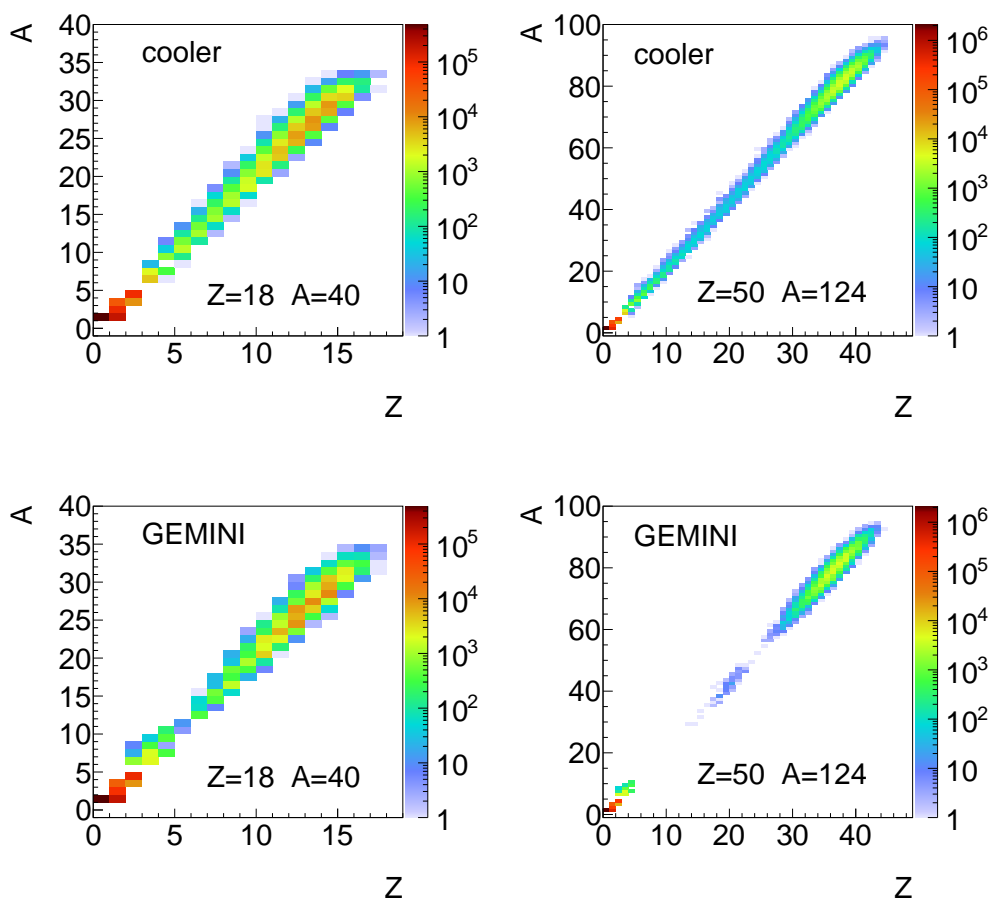
| Grupa cząstek | Model QMD [MeV] | Model AMD [MeV] |
|--|-----------------|-----------------|
| $Z \leq 68, b \leq 3 \text{ fm}$ | 3.64 ± 1.61 | 1.03 ± 1.67 |
| $Z \leq 2, b \leq 3 \text{ fm}$ | 3.23 ± 1.59 | 0.29 ± 1.78 |
| $Z \in < 3, 19 >, b \leq 3 \text{ fm}$ | 4.75 ± 1.01 | 3.01 ± 1.44 |

3.4 Wyparowanie materii jądrowej

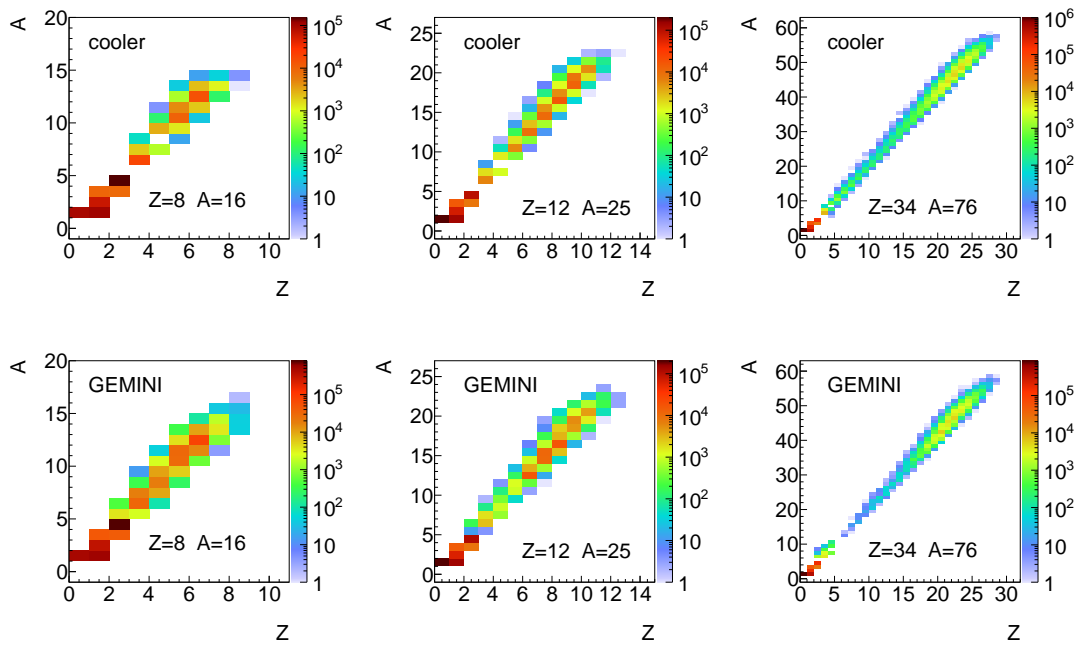
Powyższe rozważania dotyczyły materii jądrowej powstałej bezpośrednio po zderzeniu. Na skutek ewolucji czasowej takiego niestabilnego i wzbudzonego układu, poprzez proces deekscytacji, uzyskiwane są wtórne produkty reakcji, które w warunkach rzeczywistych mogą być już rejestrowane przez układ detekcyjny. Produkcja tych fragmentów jest procesem statystycznym, a ich modelowanie odbywa się w oparciu o kody: GEMINI oraz *cooler*.

Dla wybranej reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przedstawiona została deekscytacja 100 tys. jąder pocisku ^{40}Ar , tarczy ^{124}Sn (Rysunek 3.11), a także kilku jąder pośrednich (^{16}C , ^{25}Mg , ^{76}Se) zaprezentowanych na Rysunku 3.12. Rozkłady wtórnych produktów reakcji powstałych po deekscytacji wybranych fragmentów, zasadniczo są podobne niezależnie od kodu, którym zostały symulowane i przebiegają wzdłuż

ścieżki stabilności. Jak można zauważyć, pierwotne jądra nie są już obserwowane, natomiast z nich następuje szeroka produkcja innych izotopów. W przypadku jąder cięższych tj. $Z = 18$, $Z = 34$ oraz $Z = 50$ wyraźnie widać, że najbardziej populowane są izotopy ze stosunkowo wysokim ładunkiem - z jądra pierwotnego następuje emisja neutronów i/lub cząstek lekkich (jednej bądź kilku), przez co ich krotność także wzrasta. W przypadku produkcji fragmentów o pośrednich masach, żaden izotop nie jest preferowany, a cały rozkład jest dość jednolity. Wyjątek mogą jedynie stanowić najlżejsze jądra, które zaliczane są już do fragmentów o pośrednich masach, czyli o stosunkowo niskim Z , z zakresu od $Z = 3$ do ok. $Z = 8$. Rozważania dotyczące deekscytacji lżejszych jąder $Z = 8$ oraz $Z = 12$ wykazują podobną i dość dużą produkcję fragmentów w całym zakresie ładunkowym, ze szczególnym wzrostem ich ilości dla cząstek: $Z = 1$, $Z = 2$ oraz $Z = 3$.

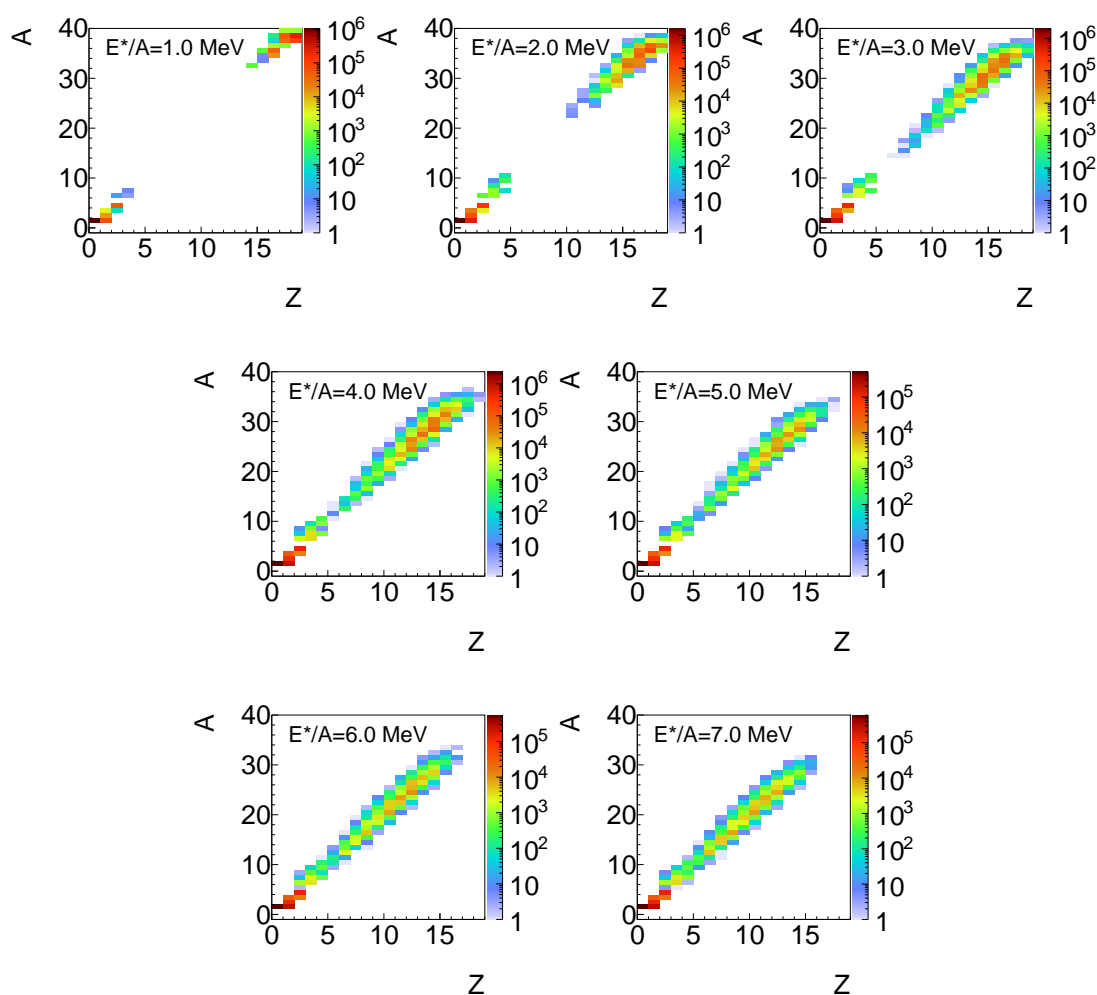


RYСУNEK 3.11: Deekscytacja jądra pocisku ^{40}Ar ($E^*/A = 4.69 \text{ MeV}$) oraz tarczy ^{124}Sn ($E^*/A = 4.95 \text{ MeV}$) według przewidywań kodu cooler (górne panele) oraz GEMINI (dolne panele) dla zderzeń centralnych.



RYSunEK 3.12: Deekscytacja jąder pierwotnych: $Z = 8$, $A = 16$ ($E^*/A = 4.57 \text{ MeV}$), $Z = 12$, $A = 25$ ($E^*/A = 4.18 \text{ MeV}$), $Z = 34$, $A = 76$ ($E^*/A = 5.80 \text{ MeV}$), według przewidywań kodu *cooler* (górne panele) oraz GEMINI (dolne panele) dla zderzeń centralnych.

Wtórne wyparowanie materii jądrowej prowadzi do uzyskania stabilnych fragmentów, jednakże sam przebieg procesu deekscytacji silnie zależy od energii wzbudzenia, którą obdarzony w wyniku zderzenia zostaje fragment pierwotny. Im jest ona wyższa, tym układ jest bardziej wzbudzony, a produkcja fragmentów wtórnych jest większa pod względem ilościowym oraz jakościowym - większa ilość cząstek jest produkowana, w szerszym zakresie izotopowym. Zostało to zaprezentowane na przykładzie 100 tys. deekscytacji jądra ^{40}Ar (Rysunek 3.14) oraz ^{124}Sn (Rysunek 3.13), przy różnych wartościach energii wzbudzenia. W przypadku rozważań dla energii wzbudzenia równej $E^*/A = 1.0 \text{ MeV}$, dla jąder ^{40}Ar obserwowane są dwa dość wąskie zakresy produktów deekscytacji. Świadczy to o zbyt niskiej energii dostępnej w układzie do produkcji innych fragmentów niż okołopierwotnych, a możliwa jest emisja tylko cząstek lekkich. Dla jąder ^{124}Sn , dodatkowo powstaje bardzo niewielki obszar fragmentów o pośrednich masach, który wraz ze wzrostem energii wzbudzenia powiększa się. Natomiast dla wyższych wartości energii wzbudzenia obserwowany jest całkowity rozpad fragmentów pierwotnych, zarówno w przypadku ^{40}Ar , jak również ^{124}Sn .

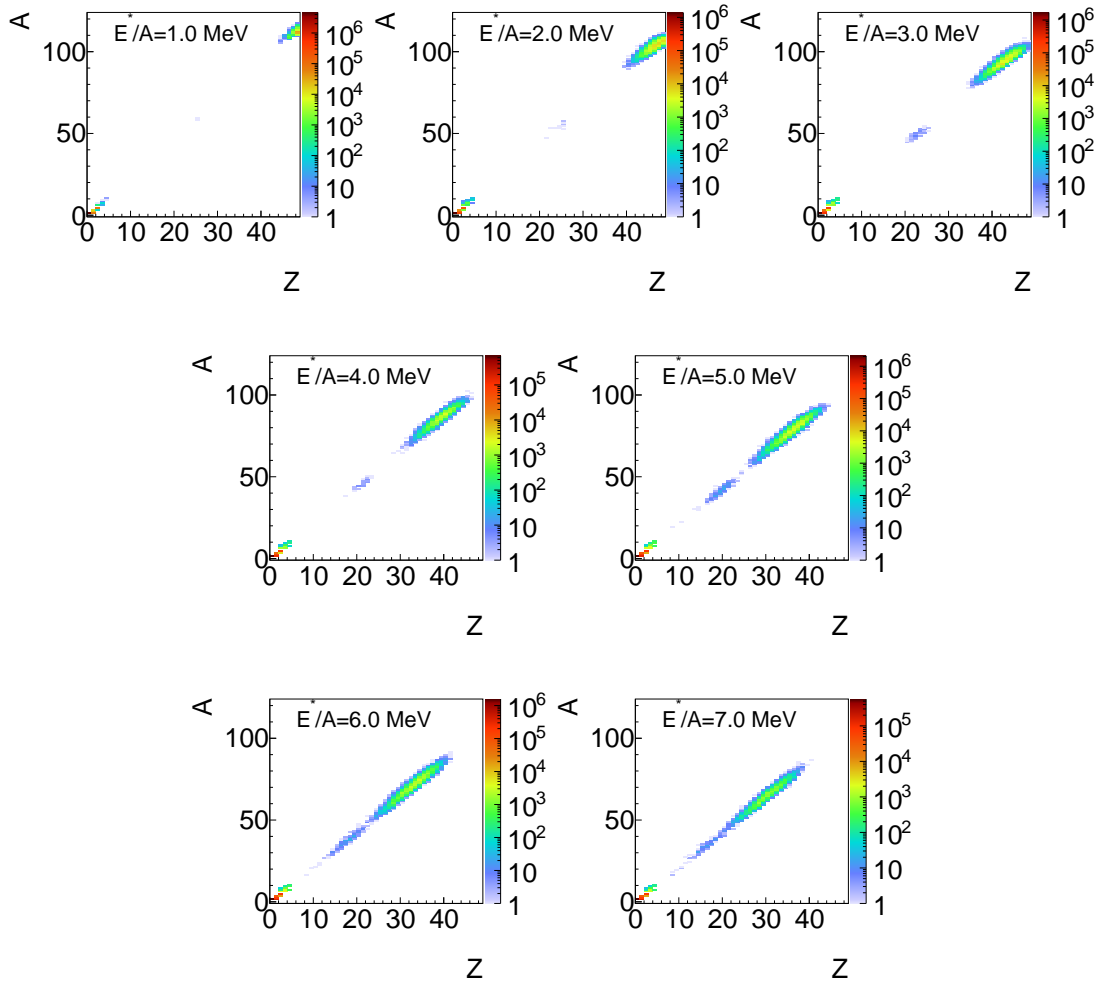


RYSUNEK 3.13: Deekscytacja jąder ^{40}Ar kodem GEMINI przy energii wzbu-
dzenia: $E^*/A \in \{1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0\} \text{ MeV}$.

3.4.1 Wtórne produkty reakcji

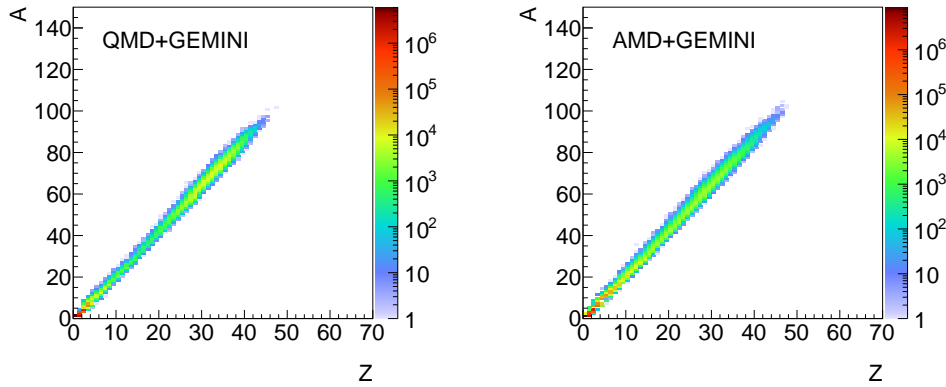
Jak już zostało wspomniane, wynikiem wtórnego wyparowania materii jądrowej jest produkcja szerokiego zakresu niewzbudzonych fragmentów. Pierwotne produkty reakcji powstają na skutek multifragmentacji, zaś wtórne dzięki deekscytacji. W związku z tym, rozkłady pierwotnych oraz wtórnych produktów reakcji są różne.

Wtórne produkty reakcji uzyskane za pomocą kodu GEMINI dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii $47 \text{ MeV}/A$ zostały przedstawione na Rysunku 3.15. Jak można zauważyć, rozkłady produkowanych fragmentów dla symulacji QMD+GEMINI oraz AMD+GEMINI są do siebie zbliżone. Porównując pierwotne oraz wtórne produkty reakcji zgodnie z przewidywaniami modelu QMD (Rysunek 3.7), dla pełnego zakresu parametru zderzenia, widać wyraźnie, że obszary



RYSUNEK 3.14: Deekscytacja jąder ^{124}Sn kodem GEMINI przy energii wzbu-
dzenia: $E^*/A \in \{1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0\} \text{ MeV}$.

pochodzenia pocisko- oraz tarczopodobnego nie są już obserwowane, a strefa jąder pośrednich znacznie wzrosła. Różnice pomiędzy pierwotnymi, a wtórnymi produktami reakcji ciężkojonowych przy pośrednich energiach, w zależności od wykorzystanego modelu oraz kodu, zaprezentowane zostały dla kilku Z , na Rysunku 3.16 oraz Rysunku 3.17. Pomędzy fragmentami pierwotnymi (QMD oraz AMD) występuje pewne przesunięcie maksimów rozkładów, które jest również obserwowane dla fragmentów wtórnych (AMD+GEMINI, QMD+GEMINI, QMD+cooler).



RYSUNEK 3.15: Wtórne produkty reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki 47 MeV/A według przewidywań modelu QMD+GEMINI (lewy panel) oraz AMD+GEMINI (prawy panel).

3.5 Znaczenie wtórnego wyparowania

Jak przedstawiono powyżej, pierwotne oraz wtórne produkty reakcji zdecydowanie się od siebie różnią. Bezpośrednio obserwowane mogą być dopiero fragmenty wtórne, które powstały z pierwotnych produktów reakcji na skutek wtórnego wyparowania.

Rozważania teoretyczne wskazują, że wpływ wtórnego wyparowania na produkty reakcji jest znaczący. Szczególnie widoczne jest to przy określaniu takich parametrów fizycznych jak:

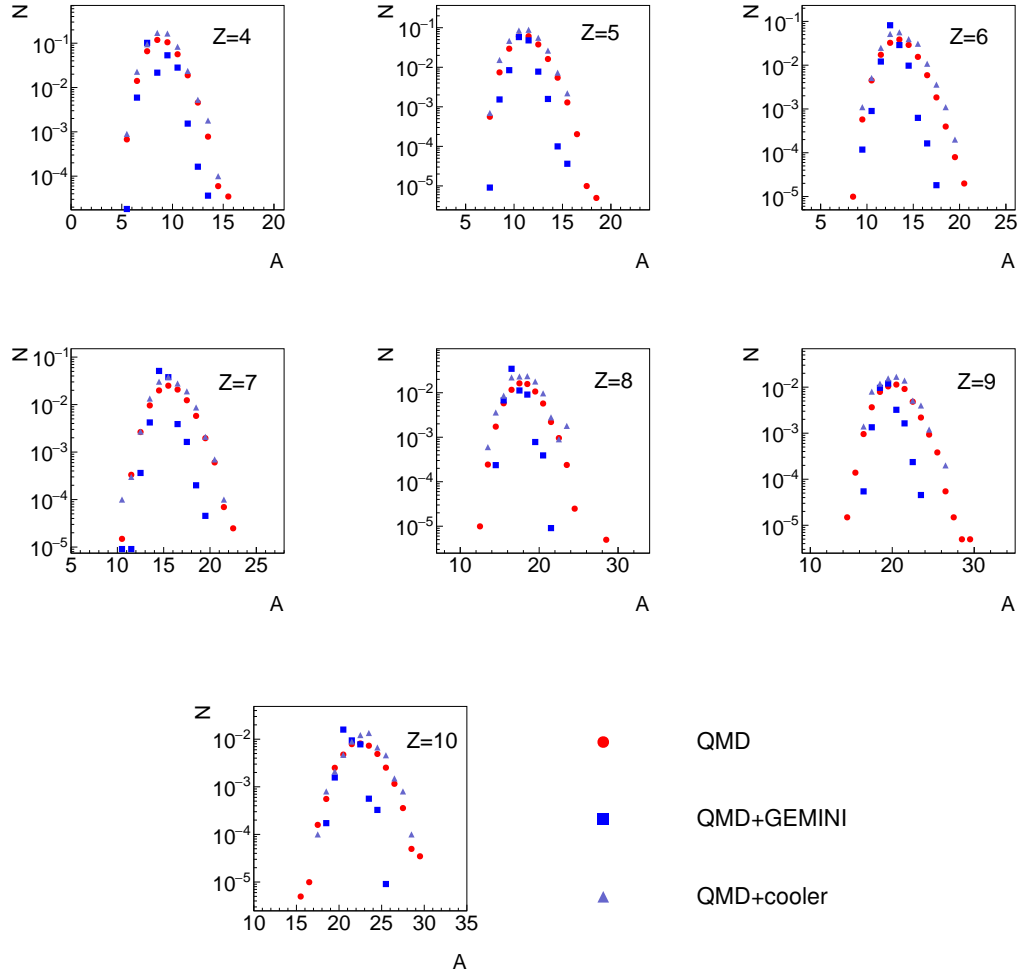
- współczynniki skalowania izotopowego α i β - oparte na izotopowym porównaniu dwóch systemów z różną asymetrią izospinową według relacji skalującej R_{21} :

$$R_{21}(N, Z) = \frac{Y_2(N, Z)}{Y_1(N, Z)} = C \exp(\alpha N + \beta Z), \quad (3.6)$$

gdzie: $Y_2(N, Z)$ oraz $Y_1(N, Z)$ to populacje danego izotopu pochodzące odpowiednio z układu neutronowo- oraz protonowonadmiarowego, natomiast C jest stałą normalizacyjną [26–28];

- temperatura materii jądrowej T - definiowana na podstawie podwójnych stosunków izotopowych (metoda Albergo) R zgodnie z relacją:

$$T = \frac{B}{\ln(aR)}, \quad (3.7)$$



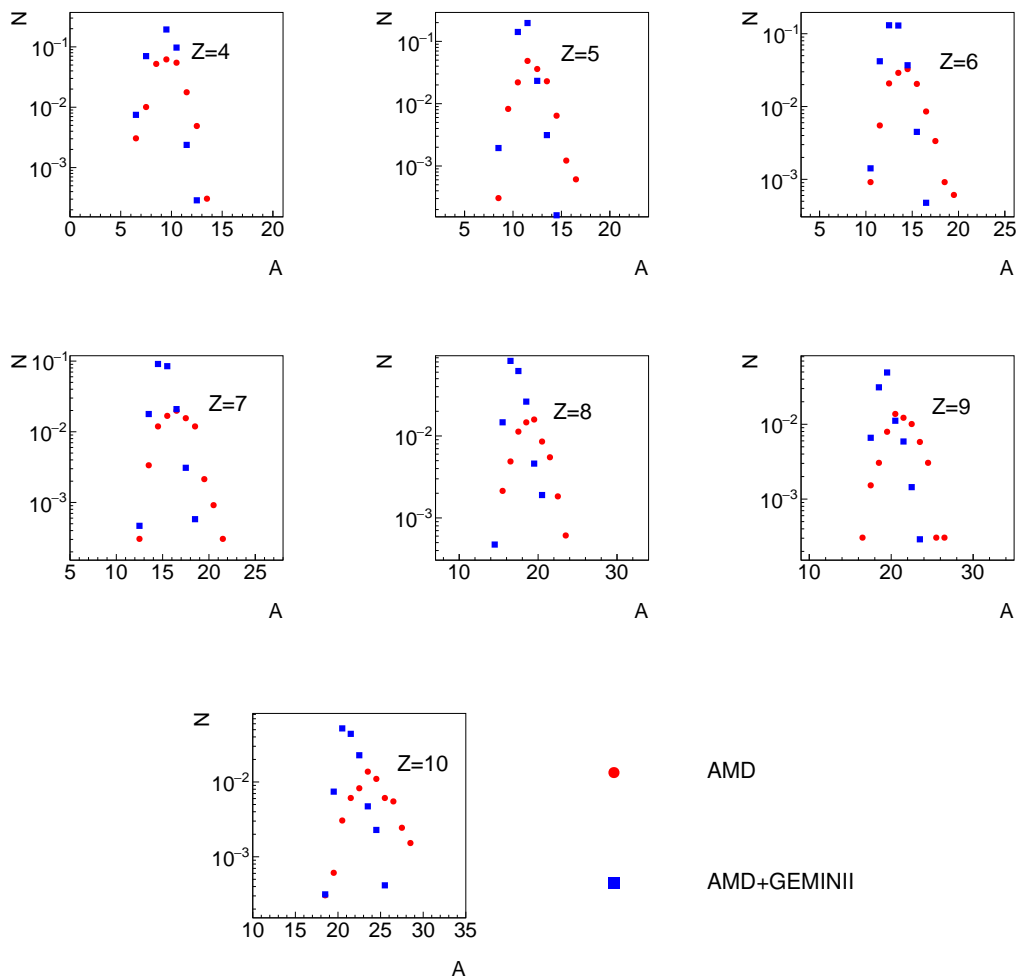
RYСУNEK 3.16: Przykładowe rozkłady izotopowe pierwotnych oraz wtórnych produktów reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii $47 \text{ MeV}/A$, zgodnie z przewidywaniami modeli: QMD, QMD+GEMINI, QMD+*cooler*.

gdzie: B opisuje energie wiązania poszczególnych składników podwójnego stosunku izotopowego, natomiast a jest statystycznym parametrem zależnym od spinu emitowanego jądra w stanie podstawowym [29–31];

- współczynnik energii symetrii C_{sym} - powiązany z równaniem stanu materii jądrowej wyrażony następująco:

$$C_{sym} = \frac{\alpha T}{4\Delta}, \quad (3.8)$$

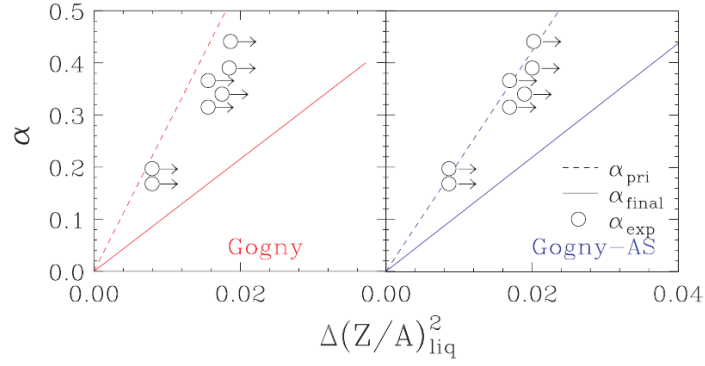
gdzie: $\Delta = \left[\left(\frac{Z_1}{A_1} \right)^2 - \left(\frac{Z_2}{A_2} \right)^2 \right]$ oraz \bar{A}_1 , \bar{A}_2 opisują odpowiednio średnią liczbę masową wszystkich cząstek o danej liczbie atomowej dla reakcji protonowo- i neutronowonadmiarowej o ładunku: Z_1 , Z_2 [32, 33].



RYСУNEK 3.17: Przykładowe rozkłady izotopowe pierwotnych oraz wtórnych produktów reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii 47 MeV/A , zgodnie z przewidywaniami modeli: AMD, AMD+GEMINI.

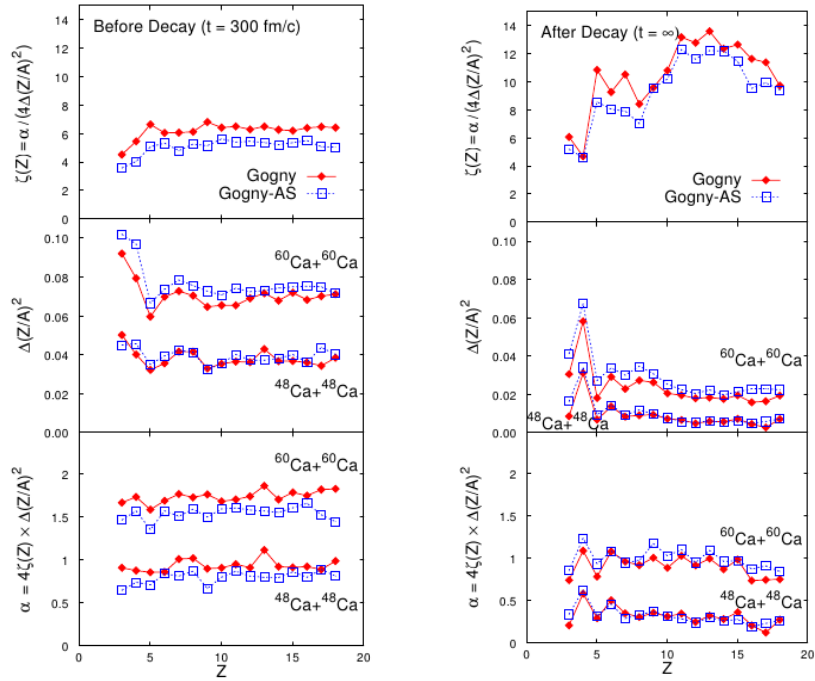
Przewidywania modelu AMD (Gogny, Gogny-AS [34, 35]) + GEMINI [14] (szczegółowy opis w Rozdziale 2) oraz danych eksperymentalnych [36] dotyczące współczynnika skalowania izotopowego α również potwierdza znaczenie wtórnego wyparowania. Dane dla zderzeń najbardziej centralnych ($b = 0 \text{ fm}$) przy energii 35 MeV/A dla następujących systemów: $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$, $^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$ zostały zaprezentowane na Rysunku 3.18.

Wartości oraz sam kształt teoretycznych parametrów fizycznych dla fragmentów pierwotnych oraz wtórnych w zależności od ich liczby atomowej, wykazują znaczne różnice widoczne na Rysunku 3.19. W związku z tym, w rozważaniach dotyczących procesu multifragmentacji oraz formowania się materii jądrowej, w szczególności



RYSUNEK 3.18: Zależność współczynnika α w funkcji $\Delta(Z/A)^2_{liq}$. Linia przerywana reprezentuje liniową interpolację pierwotnie uformowanych fragmentów, natomiast linia ciągła odpowiada ostatecznym produktom reakcji. Słabo określone wartości odcięcia zaznaczone zostały za pomocą poziomych strzałek [37].

na jej wczesnym etapie, należy uwzględnić wpływ wtórnego wyparowania. Próba powiązania fragmentów pierwotnych i wtórnych nie jest wciąż dobrze zbadana, a może dostarczyć wielu ważnych informacji o procesie formowania się nukleonów przy energiach pośrednich.



RYSUNEK 3.19: Przewidywania modelu AMD dla pierwotnych (lewy panel) oraz wtórnych (prawy panel) produktów reakcji [38].

Rozdział 4

Baza krotności lekkich cząstek

Procedura rekonstrukcji pierwotnych fragmentów reakcji zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach bazuje na założeniu silnej korelacji krotności lekkich cząstek takich jak: n , p , d , t , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ wraz z produkcją fragmentów o pośrednich masach. Uzyskanie odpowiedniej bazy krotności jest kluczowym aspektem odtworzenia pierwotnych produktów reakcji, który dokładniej scharakteryzowany został w dalszej części pracy.

Podstawą konstrukcji bazy krotności lekkich cząstek jest symulacja komputerowa opisująca przebieg procesu deekscytacji materii jądrowej. Warto podkreślić, że modelowanie tego procesu dla poszczególnych jąder pierwotnych jest całkowicie niezależne od pełnej symulacji reakcji, przez co baza krotności staje się bardziej uniwersalna. Najistotniejszym założeniem w tym przypadku jest wybór odpowiedniego zakresu jąder pierwotnych oraz ich energii wzbudzenia, bowiem determinują one ilościową oraz jakościową produkcję fragmentów wtórnych (szczegóły w rozdziale 3.4). Na skutek wtórnego wyparowania, z wybranego zakresu jąder pierwotnych, konstruowane zostały rozkłady krotności: n , p , d , t , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ skorelowane z wybranym jądrem wtórnym. Ze względu, iż produkcja tych jąder jest bardzo różnorodna, całkowita baza krotności lekkich cząstek jest sumą wszystkich składowych rozkładów pochodzących od tych samych jąder wtórnych niezależnie z jakich fragmentów pierwotnych powstały. Jest to możliwe dzięki założeniu, że rozkłady produkowanych fragmentów są niezależne (szczegóły w Rozdziale 5.3). Dokładny opis konstrukcji wybranej bazy krotności lekkich cząstek przedstawiony został poniżej.

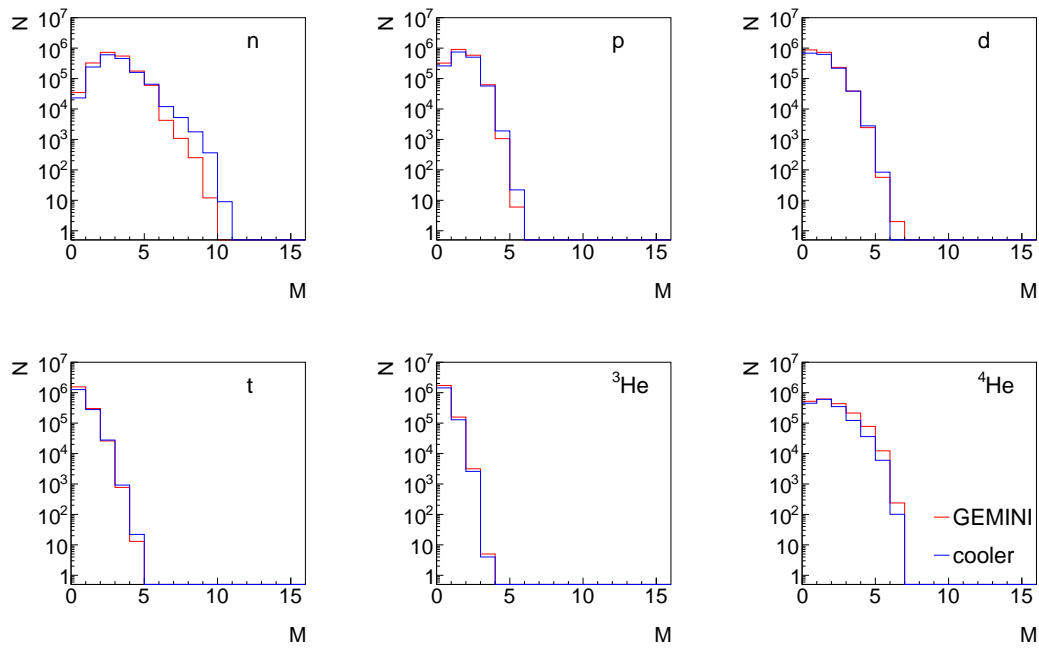
Symulacja komputerowa wtórnego wyparowania fragmentów pierwotnych wykonana została na podstawie kodu GEMINI oraz *cooler*. Analizie poddane zostały jądra pierwotne, począwszy od najlżejszych, ale klasyfikowanych już jako ciężkie jony, a skończywszy na jądrach o liczbie atomowej w okolicach pocisku, dla wybranej i poddanej szczegółowym badaniom reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ o energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$ - czyli jądra stabilne z zakresu $Z \in < 3, 19 >$. W celu uwzględnienia różnych kanałów wtórnych rozpadów, statystyka wykonanej symulacji każdego, pojedynczego izotopu o energii wzbudzenia $E^*/A = 4.5 \text{ MeV}/A$, wynosiła 500 tys. Wybrana energia odpowiada przybliżonej wartości otrzymanej z symulacji modelem QMD reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$ (na podstawie Rysunku 3.10). W przypadku analizy danych eksperymentalnych, wartość energii wzbudzenia ($E_X(A, Z)$) wyraża się następująco (4.1 [39]):

$$E_X(A, Z) = \sum_i < E_i > M_i + Q + E_\gamma, \quad (4.1)$$

gdzie: $< E_i >$, M_i to odpowiednio średnia energia kinetyczna oraz krotność produkowanych cząstek, Q odpowiada ciepłu reakcji, natomiast E_γ charakteryzuje średnią energię niesioną poprzez emisję kwantów γ , najczęściej otrzymywaną z przewidywań teoretycznych.

Przykładowe rozkłady krotności lekkich cząstek ($n, p, d, t, ^3\text{He}, ^4\text{He}$), skorelowane z wybranym jądrem: $Z = 7, A = 14$, została przedstawiona na Rysunku 4.1. Można zauważyć, że najwyższą krotność osiągają neutrony, a najmniej populowane są jądra ^3He . Ponadto, pomiędzy przewidywaniami kodu GEMINI oraz *cooler*, nie są obserwowane znaczące różnice w otrzymanych rozkładach.

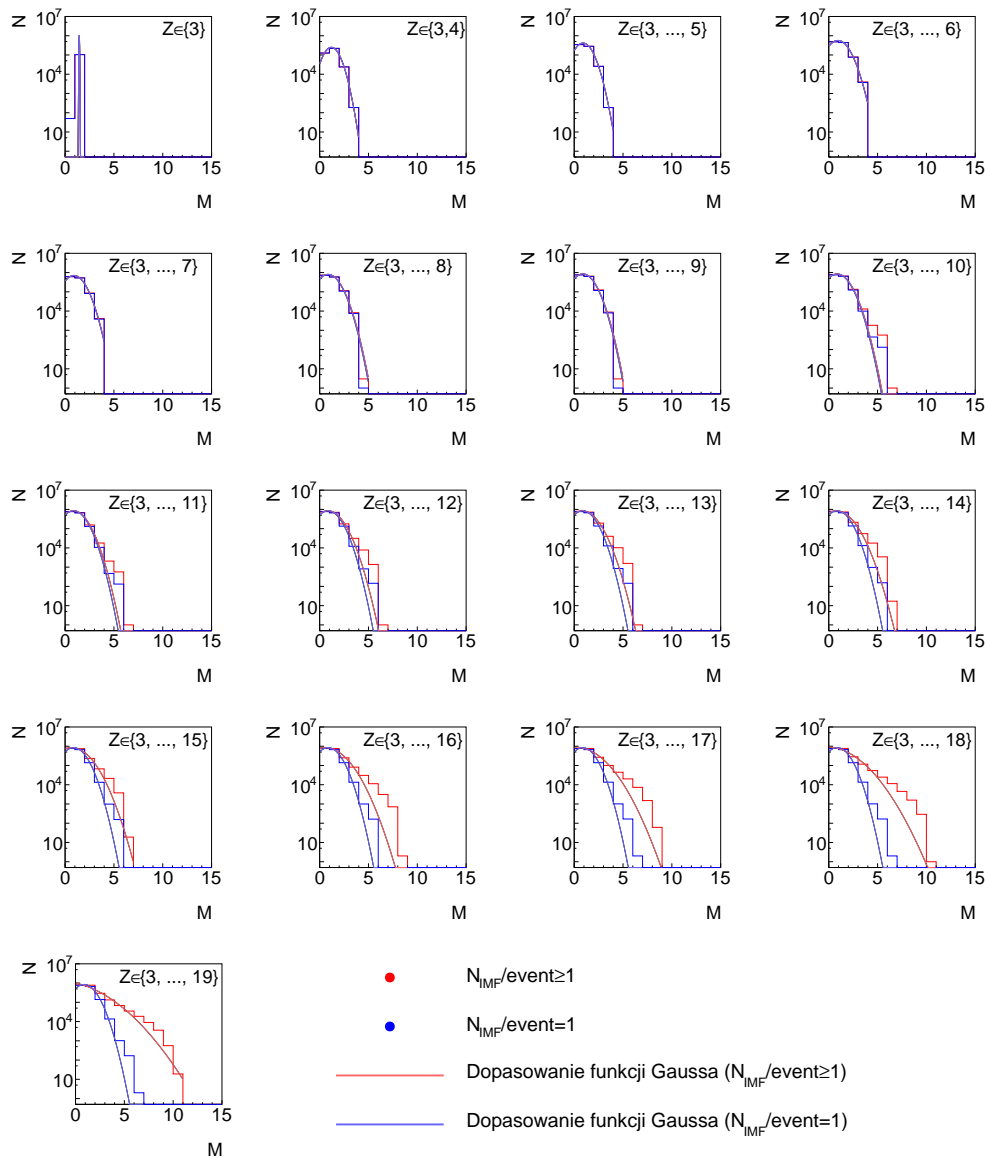
Reakcje zderzeń jąder pocisku z tarczą, generują w efekcie przypadki, które zawierają różną ilość fragmentów o pośrednich masach. Dotychczas, analizie poddane zostały wszystkie możliwości, zarówno te zawierające tylko jeden taki fragment bądź ich kilka, w akcie pojedynczego zderzenia (tzw. event). W związku z tym przeprowadzona została analiza szczególnego przypadku produkcji fragmentów, gdzie pierwotne jądra ulegały deekscytacji tylko do jednego jądra wtórnego o pośredniej masie. Na tej podstawie, skonstruowana została specjalna baza krotności lekkich cząstek skorelowanych z przykładowym jądrem wtórnym: $Z = 3, A = 6$, przy założeniu takiego samego zakresu jąder pierwotnych jak dla bazy krotności obejmujących wszystkie przypadki. Natomiast, ze względu, iż krotność neutronów jest największa, ma ona istotny wpływ na wyniki procedury rekonstrukcji



RYSunEK 4.1: Baza krotności lekkich cząstek skorelowana z wybranym jądrem wtórnym: $Z = 7$, $A = 14$ powstałym w wyniku deekscytacji stabilnych jąder pierwotnych z zakresu $Z \in < 3, 19 >$ o energii wzbudzenia $E^*/A = 4.5 \text{ MeV}$, zgodnie z przewidywaniami kodu GEMINI oraz *cooler*.

(szczegóły w Rozdziale 5), dlatego też przeprowadzona została analiza rozkładów krotności neutronów dla jednego ($N_{IMF}/event = 1$) oraz kilku ($N_{IMF}/event \geq 1$) fragmentów o pośrednich masach w ewencie, na przykładzie tak lekkiego jądra jak $Z = 3$, $A = 6$. Rozkłady krotności neutronów, dla wybranego jądra wtórnego są sumowane bez względu na jądro pierwotne, z którego powstało. Rozważania te zostały zaprezentowane na Rysunku 4.2.

Zasilanie rozkładów krotności neutronów, dla wybranego jądra wtórnego, odbywa się w zasadzie tylko z cięższych jąder pierwotnych. W przypadku tego samego jądra pierwotnego (dla tego samego Z), co wtórnego, krotność neutronów jest bardzo niska, przez co ich wkład do całości rozkładów nie jest znaczący. Jednak, im więcej jąder cięższych branych jest pod uwagę, tym krotność neutronów jest wyższa, a szerokość ich rozkładów jest determinowana już przez wybraną bazę. Po początkowej, bardzo dobrej zgodności baz wygenerowanych za pomocą kodu GEMINI, obserwowane jest zwiększenie produkcji neutronów, dla przypadków zawierających kilka fragmentów o pośrednich masach w ewencie. W przypadku rozważań $N_{IMF}/event = 1$, rozkłady neutronów zawężają się. Jednak ze względu na dość



RYSUNEK 4.2: Ewolucja rozkładów krotności neutronów dla jądra wtórnego $Z = 3$, $A = 6$ powstałego w wyniku deekscytacji jąder pierwotnych (zakres podany został w nawiasach) o energii wzbudzenia $E^*/A = 4.5 \text{ MeV}$, za pomocą kodu GEMINI.

małe prawdopodobieństwo emisji tylko jednego jądra cięższego (IMF) wraz z lekkimi fragmentami w ewencie, dalsza analiza takich przypadków nie została zawarta w niniejszej pracy. Dodatkowo, do opisu otrzymanych rozkładów zastosowane zostało dopasowanie funkcji Gaussa, co wydaje się, że pozwoli na uniezależnienie się całej procedury od kodów opisujących proces deekscytacji.

4.1 Zależność krotności lekkich cząstek od energii wzbudzenia

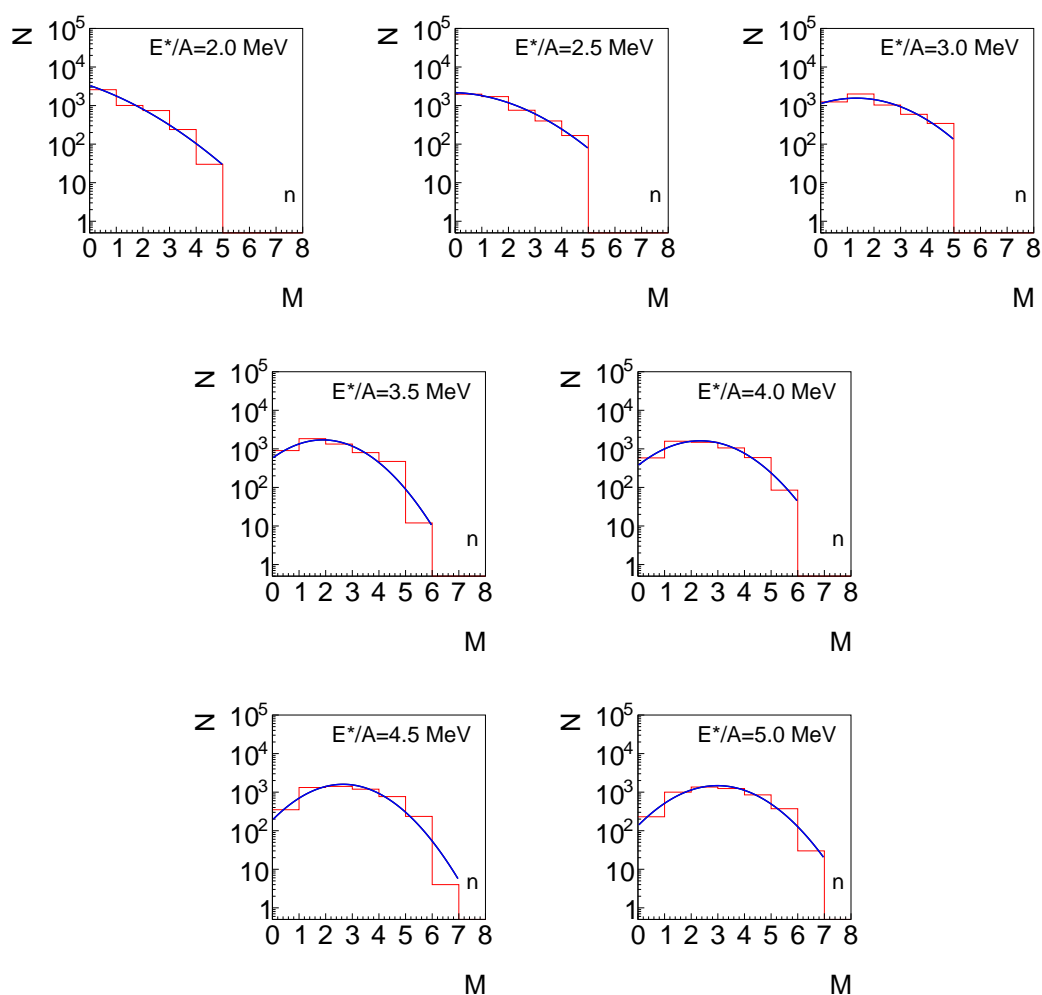
Konstrukcja bazy krotności lekkich cząstek dla wybranej energii wzbudzenia jest procesem bardzo czasochłonnym i wymagającym odpowiedniego zaplecza obliczeniowego. W związku z tym, przeprowadzona została analiza mająca na celu określenie ogólnych trendów rozkładów krotności poszczególnych cząstek lekkich od energii wzbudzenia. Pozwala to na wykorzystywanie ich parametrów do analizy bez konieczności konstrukcji ich symulacyjnych baz. Dlatego też, wykonana została przykładowa baza krotności lekkich cząstek, których rozkłady dla wybranego izotopu: $Z = 7$, $A = 14$ oraz kilku wartości energii wzbudzenia $E^*/A \in \{2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0\} \text{ MeV}$, zostały zaprezentowane odpowiednio na Rysunkach 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8. Ponadto, porównanie rozkładów krotności dla minimalnej oraz maksymalnej wartości energii wzbudzenia przedstawione zostały na Rysunku 4.9. Dodatkowo, parametry uzyskanych rozkładów oraz ich dopasowanie funkcją Gaussa zamieszczone zostały w Tabeli 4.1.

Na podstawie rozkładów krotności lekkich cząstek, dla każdej energii wzbudzenia, określone zostały parametry opisujących je histogramów, a także dopasowania funkcji Gaussa (wartość średnia $\langle M \rangle$, odchylenie standardowe σ), które następnie zostały opisane funkcją liniową, w celu określenia równania opisującego ogólny trend zależności. Przedstawione to zostało na Rysunku 4.10 oraz Rysunku 4.11, odpowiednio dla rozkładów wartości średniej oraz odchylenia standardowego. Ponadto w Tabeli 4.2 zamieszczone zostały równania funkcji f wszystkich argumentów x opisujących uzyskane rezultaty, dane następującym wzorem 4.2:

$$f(x) = a_1x + a_0, \quad (4.2)$$

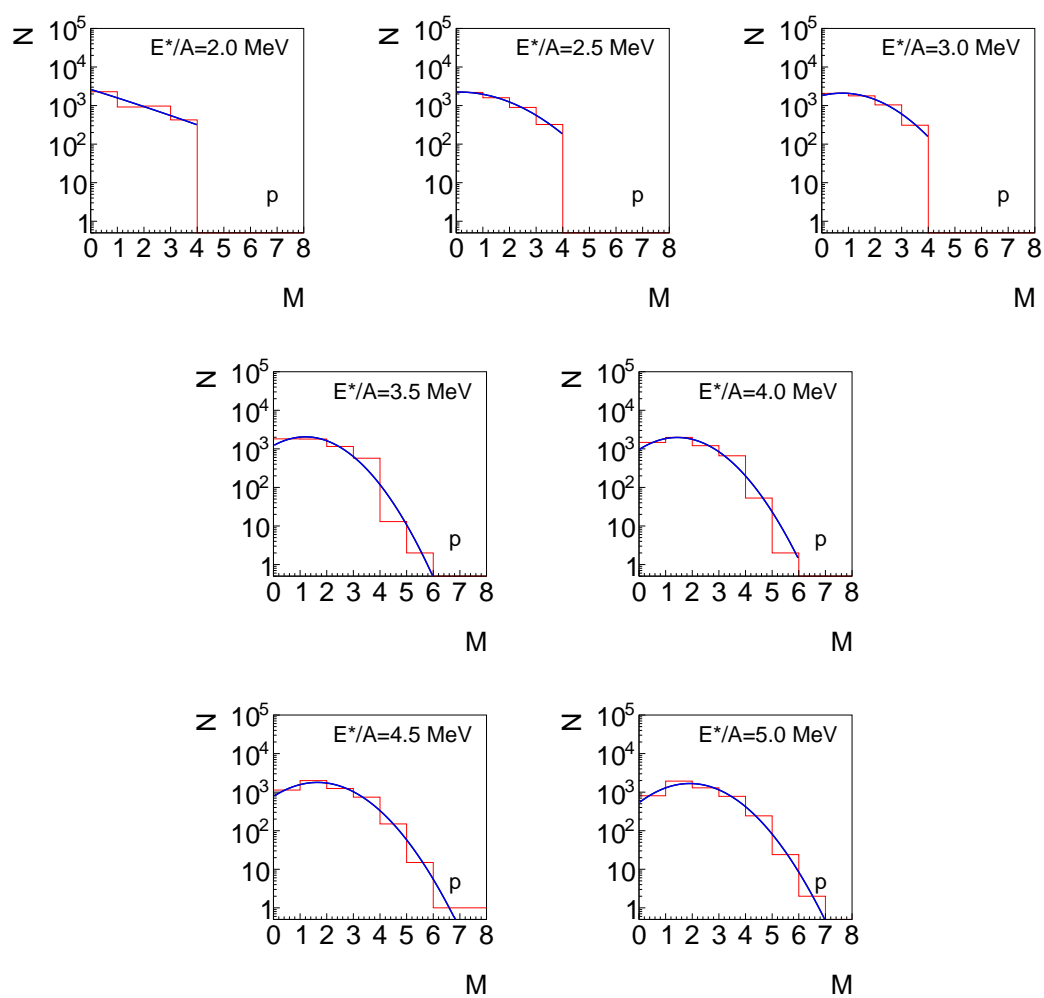
gdzie: a_0 oraz a_1 są stałymi współczynnikami uzyskanymi bezpośrednio z dopasowania funkcji. Argumenty funkcji w ogólności oznaczane zostały jako x , jednak w przypadku niniejszej analizy dotyczą E^*/A .

Jak widać, wraz z energią wzbudzenia cząstek pierwotnych, z których następnie konstruowana zostaje baza krotności lekkich cząstek skorelowana z wybranym jądrem wtórnym, w większości przypadków jest funkcją rosnącą. Tylko dla niewielu przykładów cząstek lekkich, tendencja ta jest malejąca i dotyczy jedynie rozważań dopasowania funkcji Gaussa. W przypadku analizy położenia środka rozkładów,



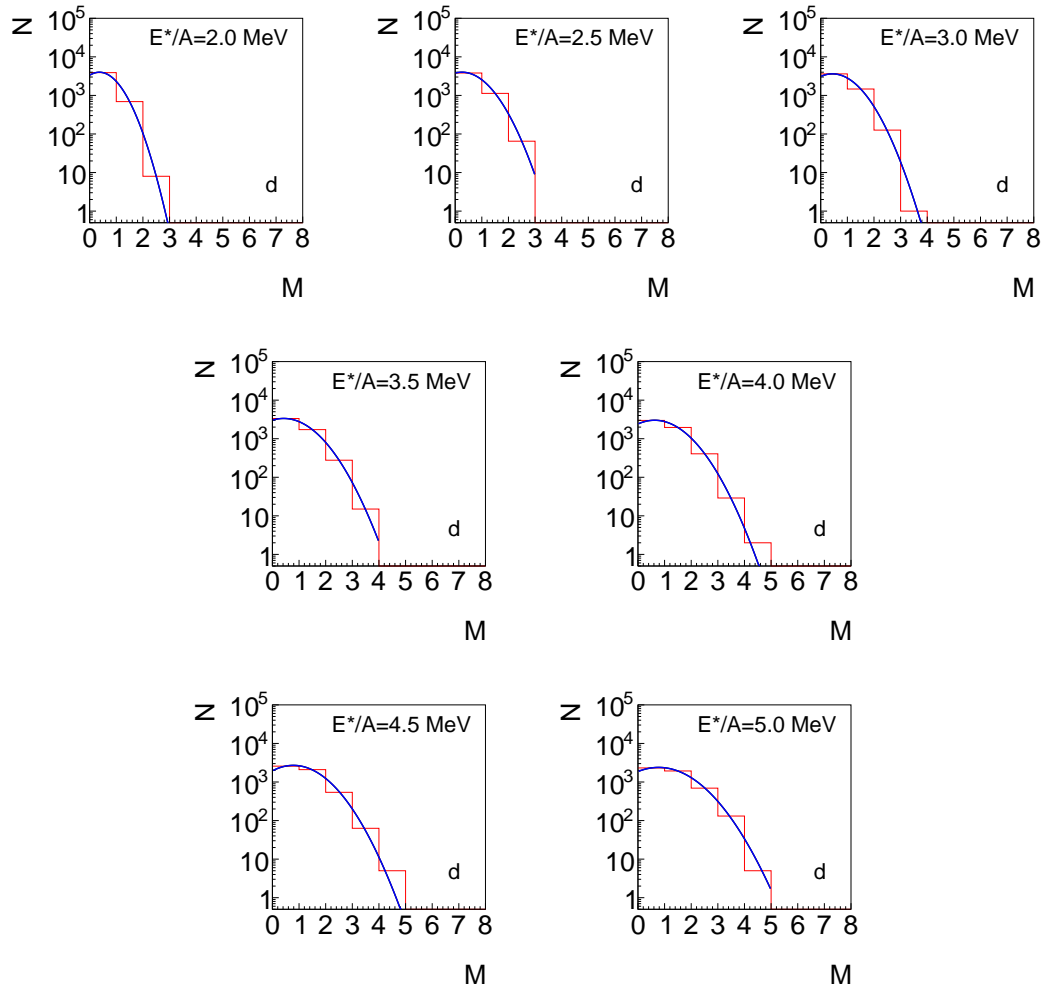
RYSUNEK 4.3: Rozkłady krotności n dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia.

jedynie w przypadku d oraz ${}^4\text{He}$, parametry uzyskane bezpośrednio z histogramu oraz z dopasowania funkcji Gaussa, pokrywają się i są ze sobą zgodne, gdyż położenie wartości oczekiwanej w tych przypadkach znajduje się w podobnym miejscu. Natomiast dla innych cząstek, ogólny trend zależności odbiega od siebie (n , p) lub staje się wręcz ze sobą sprzeczny, tak jak w przypadku t oraz ${}^3\text{He}$. Tak duże rozbieżności świadczą o specyficznym, bardzo wąskim charakterze rozkładów krotności tych cząstek, ponieważ położenie wartości oczekiwanej dopasowania funkcji Gaussa przyjmuje wartości ujemne, co w przypadku parametrów histogramu nie może mieć miejsca ze względu, iż minimalna krotność mająca sens fizyczny to zero - żadna wybrana cząstka nie powstała w akcie zderzenia. W przypadku parametru odchylenia, uzyskane dopasowania są do siebie zbliżone, i w większości przypadków zgodne w zakresie ich niepewności pomiarowych. Dla dopasowania funkcji Gaussa,

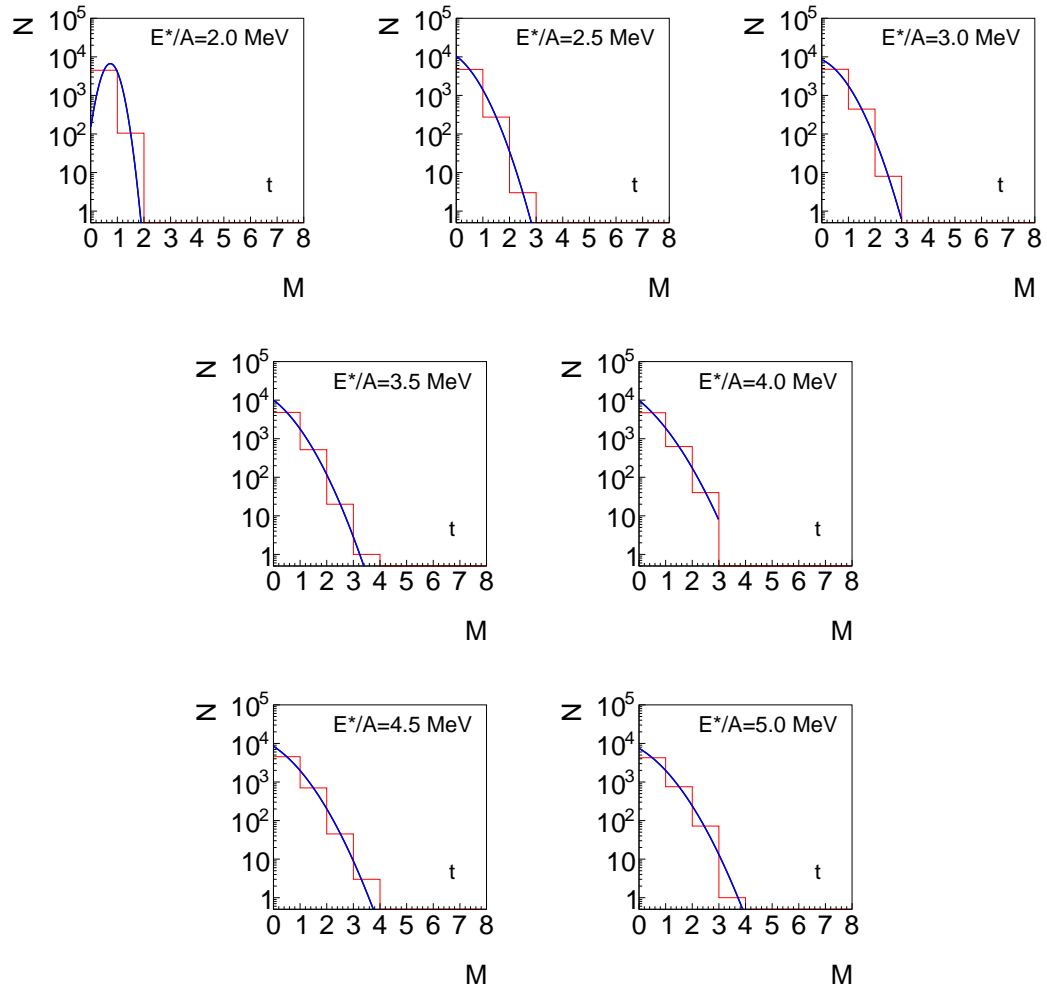


RYSUNEK 4.4: Rozkłady krotności p dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia.

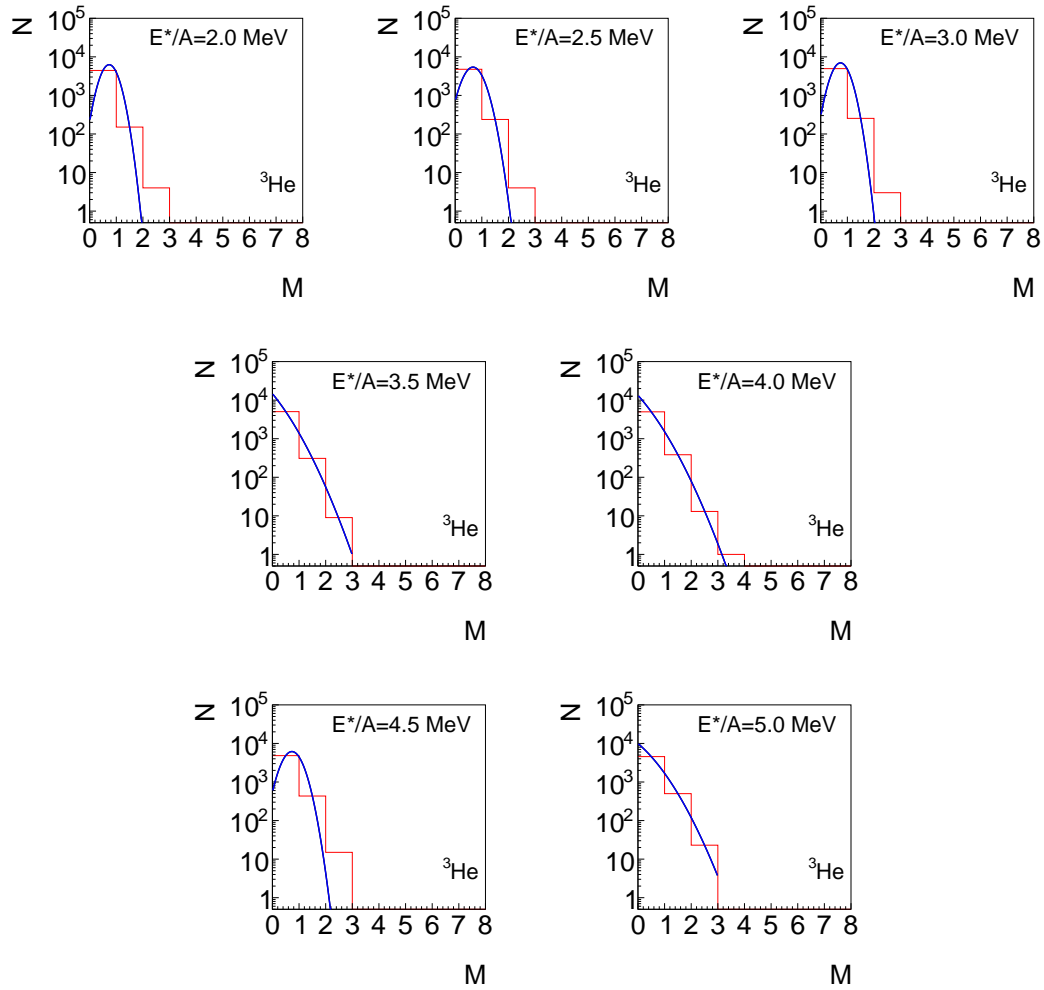
szerokość ta jest nieco większa, w związku z tym przebieg funkcji także przypada nieco wyżej niż w przypadku parametrów samego histogramu.



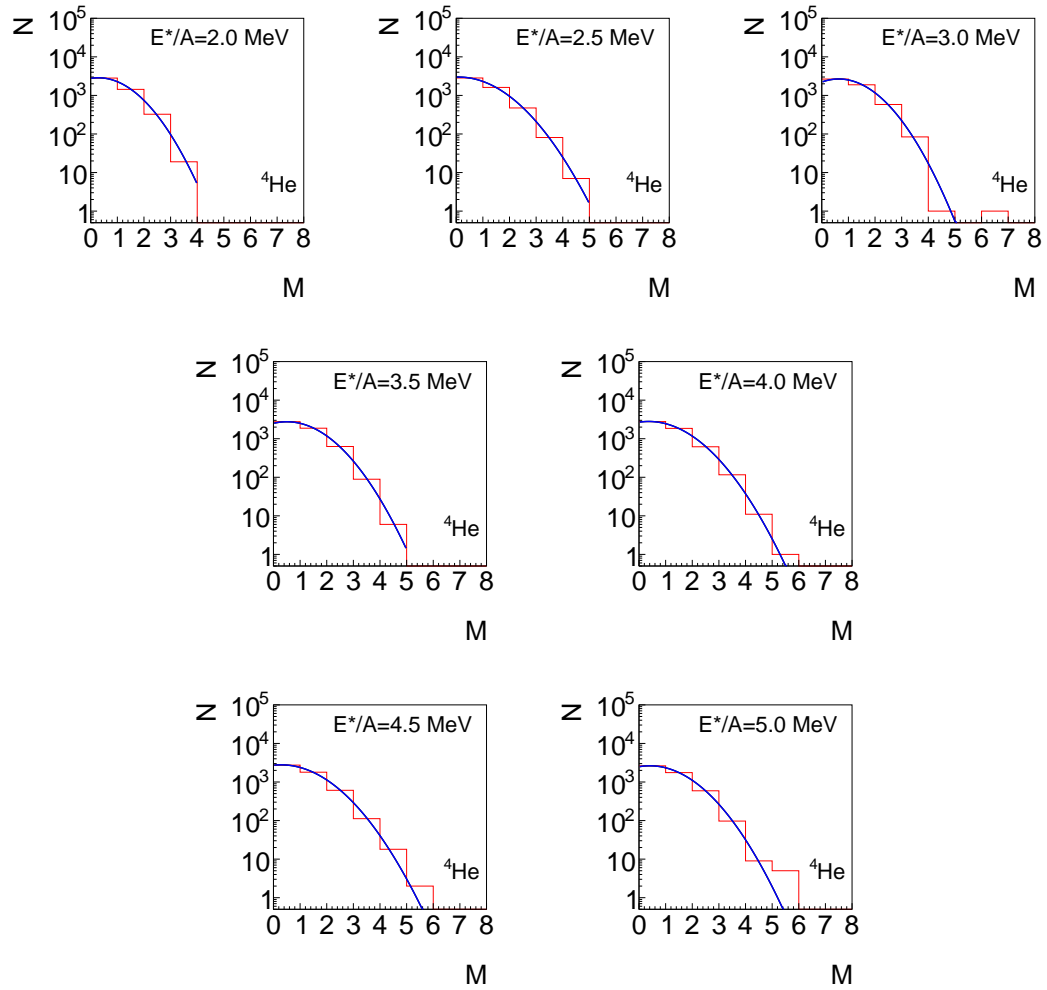
RYSUNEK 4.5: Rozkłady krotności d dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia.



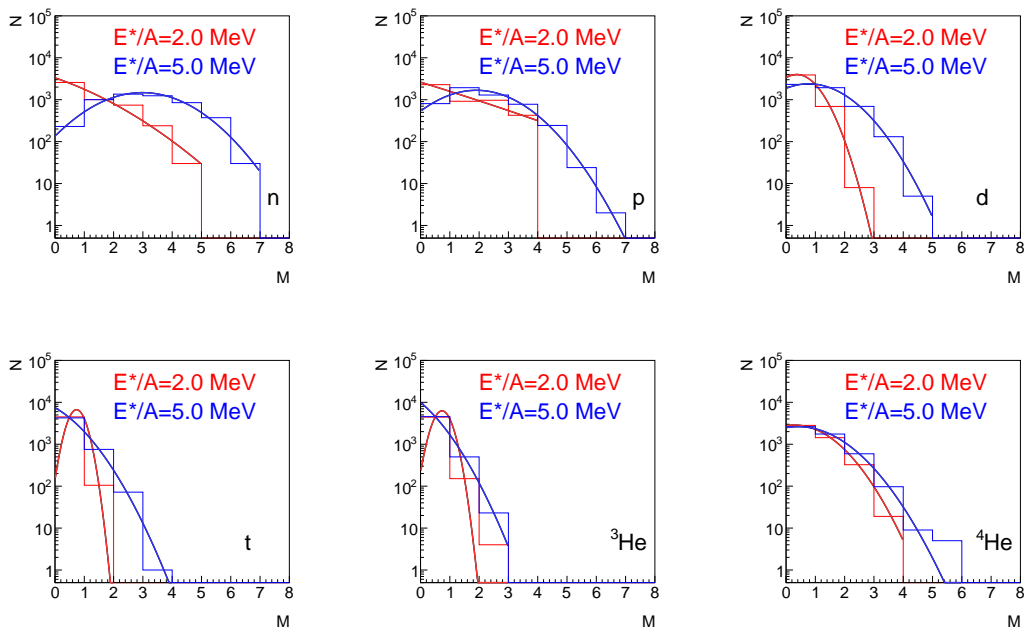
RYSUNEK 4.6: Rozkłady krotności t dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia.



RYSUNEK 4.7: Rozkłady krotności ${}^3\text{He}$ dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia.



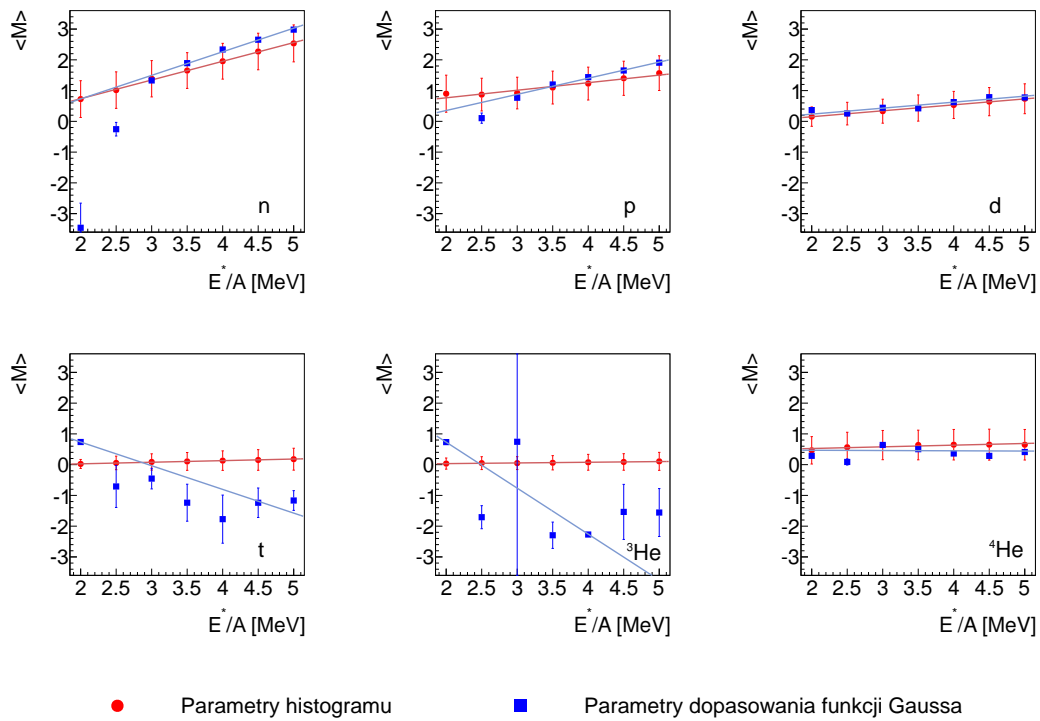
RYSUNEK 4.8: Rozkłady krotności ${}^4\text{He}$ dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia.



RYSUNEK 4.9: Porównanie rozkładów krotności cząstek lekkich dla przykładowego jądra: $Z = 7$, $A = 14$ o energii wzbudzenia $E^*/A = 2.0 \text{ MeV}$ oraz $E^*/A = 5.0 \text{ MeV}$.

TABELA 4.1: Położenie wartości średniej oraz odchylenia standardowego rozkładów krotności skorelowanych z przykładowym jądrem wtórnym: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia fragmentów pierwotnych oraz metody ich uzyskania.

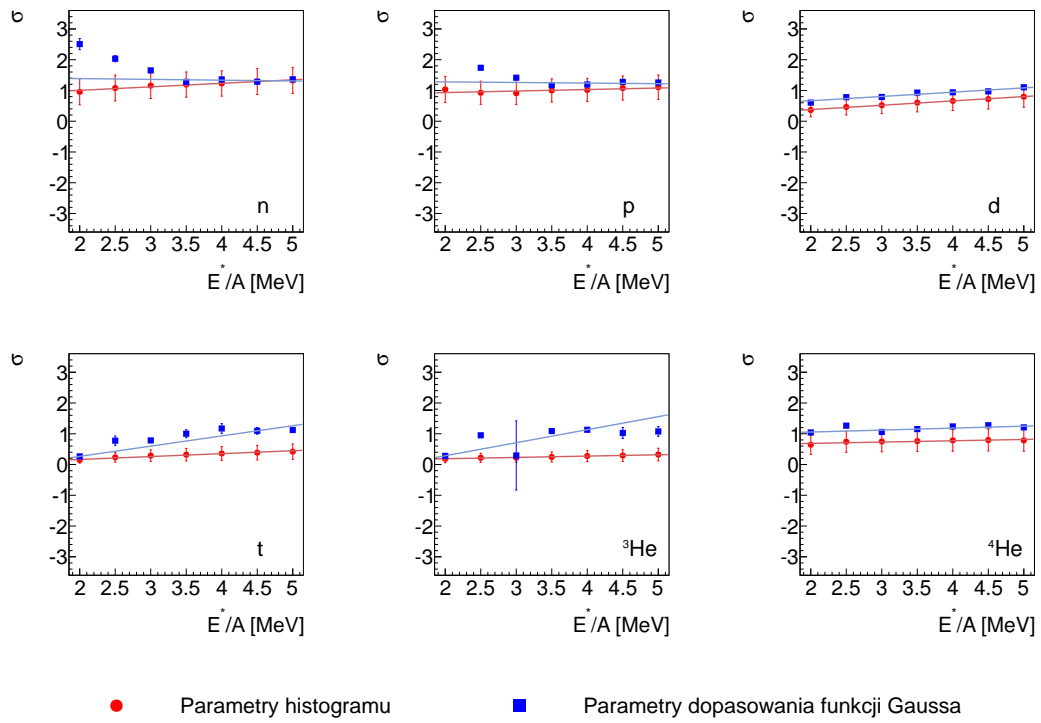
| Cząstka lekka | E^*/A [MeV] | Histogram | Gauss |
|-----------------|---------------|-----------------|-------------------|
| n | 2.0 | 0.72 ± 0.96 | -3.46 ± 2.51 |
| | 2.5 | 1.02 ± 1.08 | -0.25 ± 2.03 |
| | 3.0 | 1.39 ± 1.16 | 1.33 ± 1.65 |
| | 3.5 | 1.65 ± 1.19 | 1.89 ± 1.28 |
| | 4.0 | 1.95 ± 1.23 | 2.34 ± 1.36 |
| | 4.5 | 2.27 ± 1.29 | 2.65 ± 1.28 |
| | 5.0 | 2.53 ± 1.33 | 2.98 ± 1.36 |
| p | 2.0 | 0.90 ± 1.03 | -31.41 ± 7.95 |
| | 2.5 | 0.87 ± 0.93 | 0.10 ± 1.74 |
| | 3.0 | 0.92 ± 0.91 | 0.77 ± 1.41 |
| | 3.5 | 1.10 ± 1.00 | 1.20 ± 1.17 |
| | 4.0 | 1.23 ± 1.02 | 1.44 ± 1.20 |
| | 4.5 | 1.40 ± 1.08 | 1.65 ± 1.28 |
| | 5.0 | 1.57 ± 1.11 | 1.91 ± 1.26 |
| d | 2.0 | 0.15 ± 0.37 | 0.37 ± 0.61 |
| | 2.5 | 0.25 ± 0.46 | 0.26 ± 0.78 |
| | 3.0 | 0.33 ± 0.52 | 0.44 ± 0.79 |
| | 3.5 | 0.43 ± 0.60 | 0.42 ± 0.93 |
| | 4.0 | 0.53 ± 0.66 | 0.63 ± 0.94 |
| | 4.5 | 0.64 ± 0.72 | 0.79 ± 0.97 |
| | 5.0 | 0.73 ± 0.80 | 0.78 ± 1.10 |
| t | 2.0 | 0.02 ± 0.15 | 0.74 ± 0.27 |
| | 2.5 | 0.06 ± 0.23 | -0.71 ± 0.77 |
| | 3.0 | 0.09 ± 0.29 | -0.45 ± 0.78 |
| | 3.5 | 0.10 ± 0.32 | -1.24 ± 1.00 |
| | 4.0 | 0.13 ± 0.36 | -1.77 ± 1.17 |
| | 4.5 | 0.15 ± 0.39 | -1.24 ± 1.10 |
| | 5.0 | 0.18 ± 0.42 | -1.17 ± 1.12 |
| ${}^3\text{He}$ | 2.0 | 0.03 ± 0.19 | 0.73 ± 0.28 |
| | 2.5 | 0.05 ± 0.22 | -1.71 ± 0.95 |
| | 3.0 | 0.05 ± 0.22 | 0.74 ± 0.29 |
| | 3.5 | 0.06 ± 0.25 | -2.30 ± 1.09 |
| | 4.0 | 0.08 ± 0.28 | -2.27 ± 1.13 |
| | 4.5 | 0.09 ± 0.29 | -1.54 ± 1.03 |
| | 5.0 | 0.11 ± 0.32 | -1.56 ± 1.08 |
| ${}^4\text{He}$ | 2.0 | 0.47 ± 0.64 | 0.29 ± 1.04 |
| | 2.5 | 0.57 ± 0.74 | 0.09 ± 1.26 |
| | 3.0 | 0.64 ± 0.75 | 0.64 ± 1.06 |
| | 3.5 | 0.64 ± 0.76 | 0.50 ± 1.15 |
| | 4.0 | 0.65 ± 0.78 | 0.36 ± 1.24 |
| | 4.5 | 0.65 ± 0.80 | 0.29 ± 1.28 |
| | 5.0 | 0.65 ± 0.79 | 0.41 ± 1.21 |



RYSUNEK 4.10: Porównanie parametru wartości średniej rozkładu krotności lekkich cząstek dla wybranego jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia, zgodnie z przewidywaniami kodu GEMINI.

TABELA 4.2: Równania funkcji liniowych dopasowane do rozkładów krotności lekkich cząstek skorelowanych w jądrze: $Z = 7$, $A = 14$, w zależności od metody ich uzyskania.

| Cząstka lekka | Histogram | Gauss |
|-----------------|------------------------|------------------------|
| | Wartość średnia | |
| n | $f(x) = 0.61x - 0.48$ | $f(x) = 0.77x - 0.81$ |
| p | $f(x) = 0.25x + 0.27$ | $f(x) = 0.52x - 0.70$ |
| d | $f(x) = 0.19x - 0.24$ | $f(x) = 0.20x - 0.16$ |
| t | $f(x) = 0.05x - 0.08$ | $f(x) = -0.77x + 2.28$ |
| ${}^3\text{He}$ | $f(x) = 0.02x - 0.01$ | $f(x) = -1.50x + 3.72$ |
| ${}^4\text{He}$ | $f(x) = 0.05x + 0.42$ | $f(x) = -0.01x + 0.49$ |
| | Odchylenie standardowe | |
| n | $f(x) = 0.11x + 0.78$ | $f(x) = -0.03x + 1.44$ |
| p | $f(x) = 0.05x + 0.83$ | $f(x) = -0.02x + 1.32$ |
| d | $f(x) = 0.14x + 0.10$ | $f(x) = 0.14x + 0.39$ |
| t | $f(x) = 0.09x - 0.02$ | $f(x) = 0.33x - 0.40$ |
| ${}^3\text{He}$ | $f(x) = 0.04x + 0.10$ | $f(x) = 0.42x - 0.56$ |
| ${}^4\text{He}$ | $f(x) = 0.04x + 0.60$ | $f(x) = 0.06x + 0.93$ |



RYSUNEK 4.11: Porównanie parametru odchylenia standardowego rozkładu krotności lekkich cząstek dla wybranego jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia, zgodnie z przewidywaniami kodu GEMINI.

4.2 Zależność krotności lekkich cząstek od wtórnych produktów reakcji

W poprzednim podrozdziale przeanalizowane zostały parametry wartości średniej oraz odchylenia standardowego, uzyskane bezpośrednio z rozkładów krotności cząstek lekkich oraz dopasowania do nich funkcji Gaussa, w zależności od energii wzbudzenia fragmentów pierwotnych, z których powstały badane fragmenty wtórne. Natomiast niniejszy podrozdział, poświęcony został określeniu parametrów rozkładów krotności w zależności od liczby atomowej i masowej wtórnych produktów reakcji.

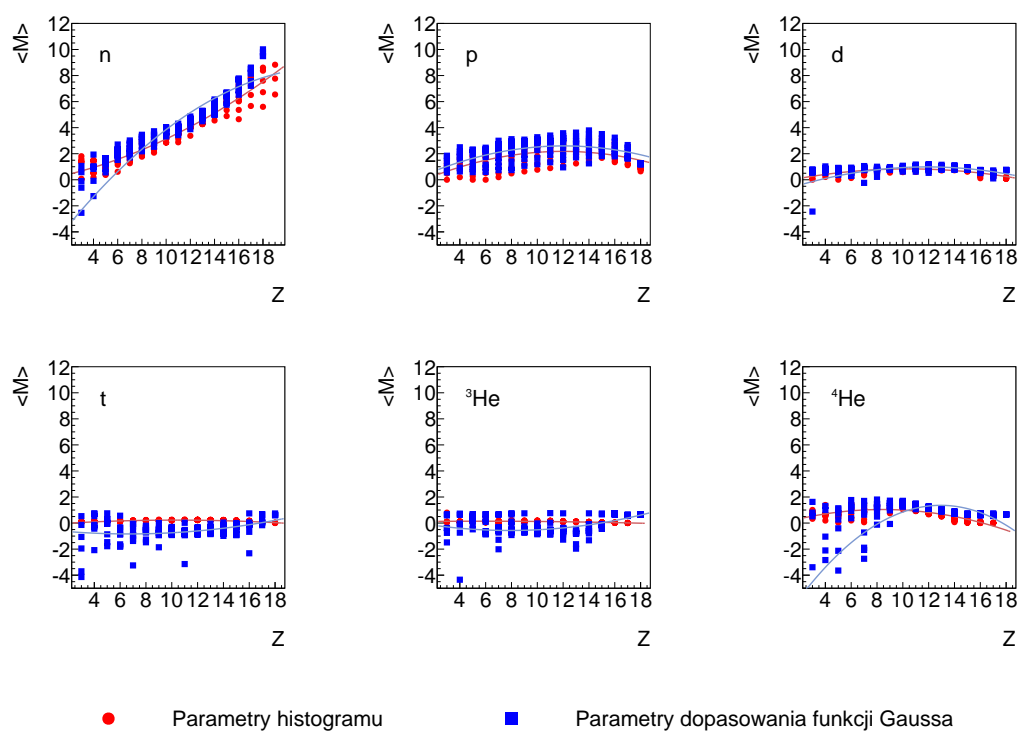
Dla wygenerowanej bazy krotności lekkich cząstek powstałej ze stabilnych jąder pierwotnych z zakresu: $Z \in < 3, 19 >$ o energii wzbudzenia $E^* = 4.5 \text{ MeV}$, zbadane zostały parametry ich rozkładów w zależności od izotopowego składu wtórnych produktów procesu deekscytacji. W zależności od liczby atomowej (Rysunek 4.12, Rysunek 4.13) oraz masowej (Rysunek 4.14, Rysunek 4.15) wtórnych fragmentów o pośrednich masach, wykonane zostały rozkłady parametrów wartości oczekiwanej oraz odchylenia standardowego, dla dwóch opisanych metod ich uzyskiwania z rozkładów krotności: n , p , d , t , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$.

Można zaobserwować, że wraz ze wzrostem liczby atomowej lub masowej, przedstawione zależności są dość stabilne. Jednak w przypadku n , widoczny jest dość gwałtowny wzrost wartości średniej, a także wartości odchylenia rozkładów krotności. Jest to spowodowane zwiększeniem emisji tej cząstki wraz ze zwiększającą się liczbą atomową jąder wtórnych. Natomiast, w przypadku innych cząstek lekkich, emisja ta jest relatywnie stała. Niepewności pomiarowe uzyskanych parametrów nie zostały naniesione na rysunki, aby nie zaciemnić ogólnych relacji.

Ponadto, dla każdej cząstki lekkiej, określone zostały funkcje kwadratowe dane ogólnym wzorem 4.3:

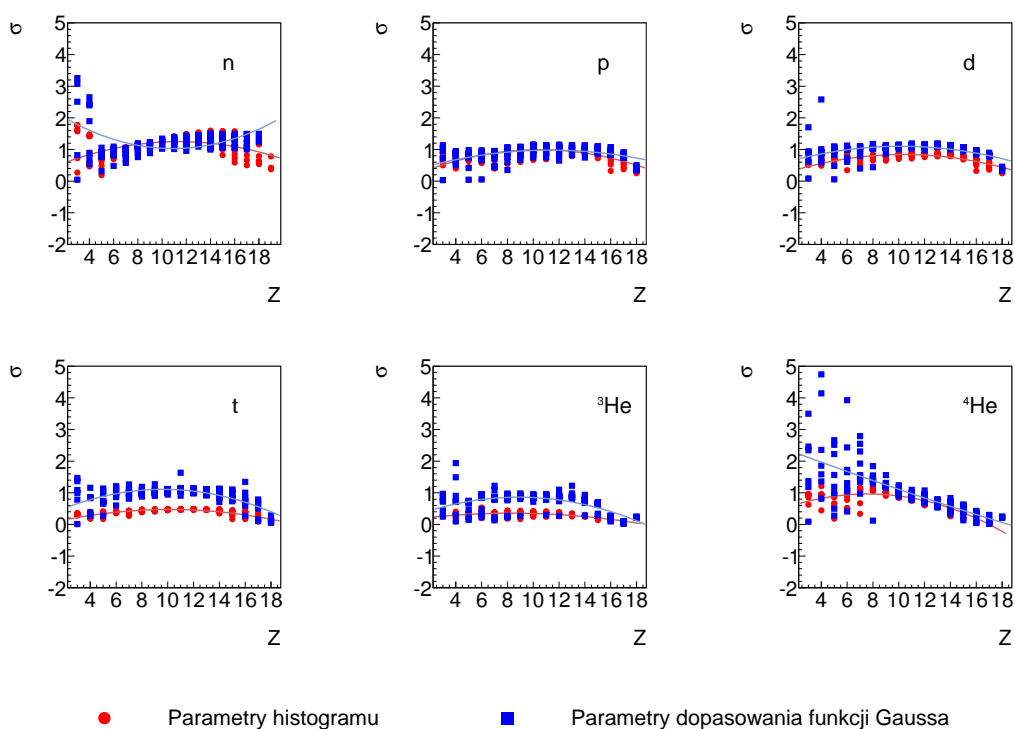
$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0, \quad (4.3)$$

gdzie: a_0 , a_1 oraz a_2 są stałymi współczynnikami. Pozwala to scharakteryzować ogólny przebieg badanych parametrów: wartości oczekiwanej oraz odchylenia standardowego, w zależności od liczby atomowej Z oraz masowej A fragmentów wtórnych. Funkcje te zaprezentowane zostały odpowiednio w Tabeli 4.3 oraz Tabeli 4.4.



RYSUNEK 4.12: Zależność wartości średnich rozkładów uzyskanych bezpośrednio z histogramu oraz dopasowania funkcji Gaussa od liczby atomowej wtórnych produktów reakcji.

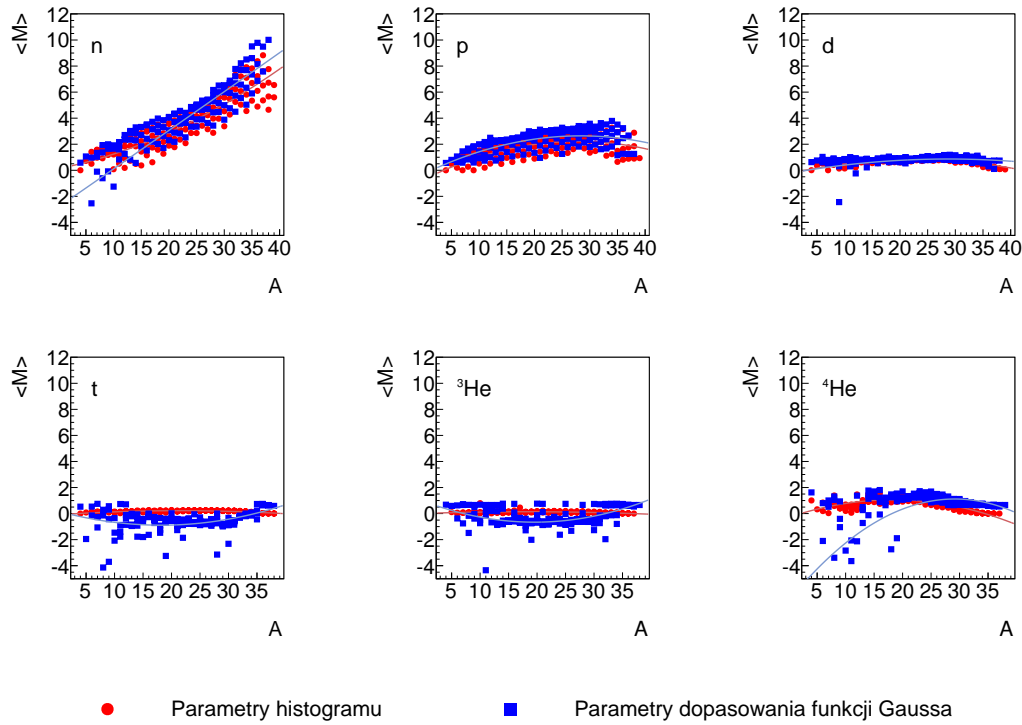
Jak widać, opisane parametry, niezależnie od metody zastosowanej do ich uzyskania, mogą zostać interpretowane jako zgodne. Jednak nie w każdym przypadku, założona funkcja opisuje dane parametry zadowalająco.



RYSUNEK 4.13: Zależność odchyłeń standardowych uzyskanych bezpośrednio z histogramu oraz dopasowania funkcji Gaussa od liczby atomowej wtórnych produktów reakcji.

TABELA 4.3: Funkcje kwadratowe dopasowane do zależności wartości średniej i odchylenia standardowego w funkcji liczby atomowej wtórnych produktów reakcji.

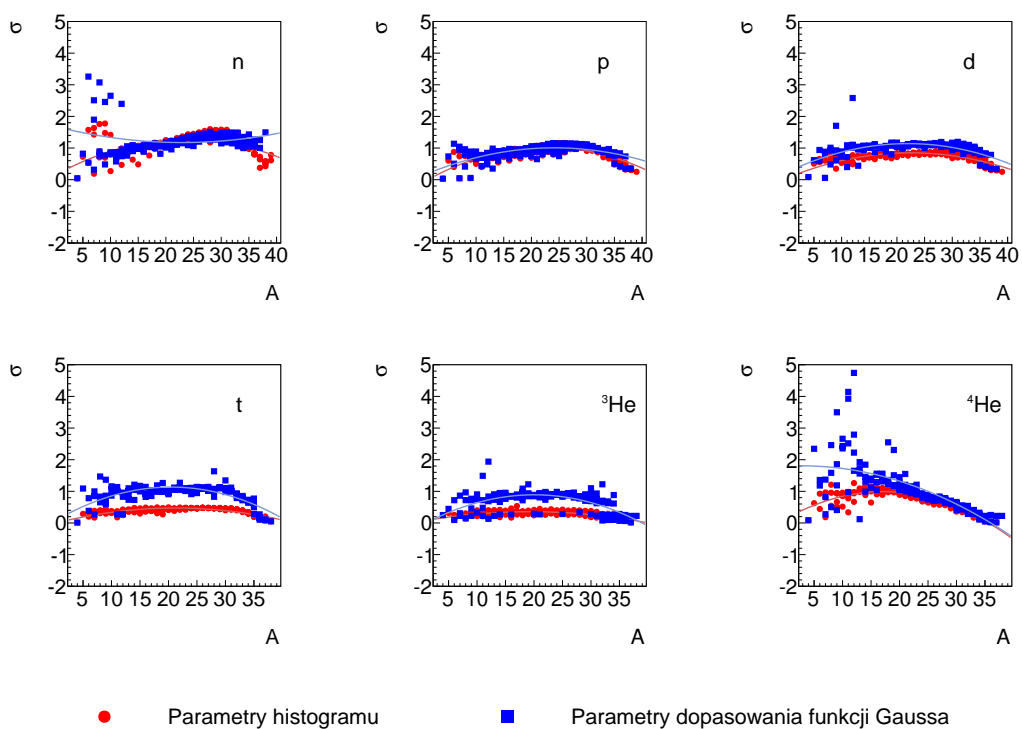
| Cząstka lekka | Histogram | Gauss |
|-----------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| | Wartość średnia | |
| n | $f(x) = 0.01x^2 + 0.18x + 0.02$ | $f(x) = -0.03x^2 + 1.20x - 5.80$ |
| p | $f(x) = -0.02x^2 + 0.46x - 0.55$ | $f(x) = -0.02x^2 + 0.46x - 0.19$ |
| d | $f(x) = -0.01x^2 + 0.21x - 0.28$ | $f(x) = -0.01x^2 + 0.34x - 1.00$ |
| t | $f(x) = -0.003x^2 + 0.07x - 0.13$ | $f(x) = 0.01x^2 - 0.11x - 0.47$ |
| ${}^3\text{He}$ | $f(x) = -0.001x^2 + 0.01x + 0.11$ | $f(x) = 0.01x^2 - 0.18x + 0.14$ |
| ${}^4\text{He}$ | $f(x) = -0.02x^2 + 0.29x - 0.18$ | $f(x) = -0.06x^2 + 1.50x - 8.60$ |
| | Odchylenie standardowe | |
| | | |
| n | $f(x) = -0.007x^2 + 0.17x + 0.27$ | $f(x) = 0.01x^2 - 0.26x + 2.50$ |
| p | $f(x) = -0.009x^2 + 0.18x + 0.05$ | $f(x) = -0.006x^2 + 0.13x + 0.26$ |
| d | $f(x) = -0.007x^2 + 0.15x + 0.09$ | $f(x) = -0.006x^2 + 0.13x + 0.44$ |
| t | $f(x) = -0.005x^2 + 0.10x - 0.04$ | $f(x) = -0.01x^2 + 0.20x + 0.16$ |
| ${}^3\text{He}$ | $f(x) = -0.003x^2 + 0.06x + 0.13$ | $f(x) = -0.009x^2 + 0.16x + 0.16$ |
| ${}^4\text{He}$ | $f(x) = -0.01x^2 + 0.16x + 0.34$ | $f(x) = 0.001x^2 - 0.16x + 2.60$ |



RYSUNEK 4.14: Zależność wartości średnich rozkładów uzyskanych bezpośrednio z histogramu oraz dopasowania funkcji Gaussa od liczby masowej wtórnych produktów reakcji.

TABELA 4.4: Funkcje kwadratowe dopasowane do zależności wartości średniej i odchylenia standardowego w funkcji liczby masowej wtórnych produktów reakcji.

| Cząstka lekka | Histogram | Gauss |
|-----------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| | Wartość średnia | |
| n | $f(x) = 0.003x^2 + 0.09x + 0.12$ | $f(x) = 9.1e^{-5}x^2 + 0.29x - 2.80$ |
| p | $f(x) = -0.004x^2 + 0.21x - 0.71$ | $f(x) = -0.004x^2 + 0.21x - 0.28$ |
| d | $f(x) = -0.002x^2 + 0.10x - 0.27$ | $f(x) = -0.001x^2 + 0.08x - 0.23$ |
| t | $f(x) = -0.001x^2 + 0.03x - 0.09$ | $f(x) = 0.003x^2 - 0.12x + 0.19$ |
| ${}^3\text{He}$ | $f(x) = -0.0004x^2 + 0.02x + 0.01$ | $f(x) = 0.004x^2 - 0.17x + 0.97$ |
| ${}^4\text{He}$ | $f(x) = -0.004x^2 + 0.15x - 0.30$ | $f(x) = -0.009x^2 + 0.54x - 6.70$ |
| | Odchylenie standardowe | |
| | | |
| n | $f(x) = -0.002x^2 + 0.10x + 0.14$ | $f(x) = 0.001x^2 - 0.05x + 1.70$ |
| p | $f(x) = -0.002x^2 + 0.10x - 0.13$ | $f(x) = -0.002x^2 + 0.08x + 0.10$ |
| d | $f(x) = -0.002x^2 + 0.07x + 0.04$ | $f(x) = -0.002x^2 + 0.08x + 0.23$ |
| t | $f(x) = -0.001x^2 + 0.05x - 0.01$ | $f(x) = -0.003x^2 + 0.11x + 0.06$ |
| ${}^3\text{He}$ | $f(x) = -0.001x^2 + 0.03x + 0.05$ | $f(x) = -0.003x^2 + 0.10x - 0.11$ |
| ${}^4\text{He}$ | $f(x) = -0.003x^2 + 0.10x + 0.13$ | $f(x) = -0.002x^2 + 0.01x + 1.80$ |



RYSUNEK 4.15: Zależność odchyłeń standardowych rozkładów uzyskanych bezpośrednio z histogramu oraz dopasowania funkcji Gaussa od liczby masowej wtórnych produktów reakcji.

Rozdział 5

Procedura rekonstrukcji

Rekonstrukcja pierwotnych produktów reakcji zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach jest zagadnieniem trudnym w opisie, zawierającym wiele zmiennych, które mają duży wpływ na jej rezultaty.

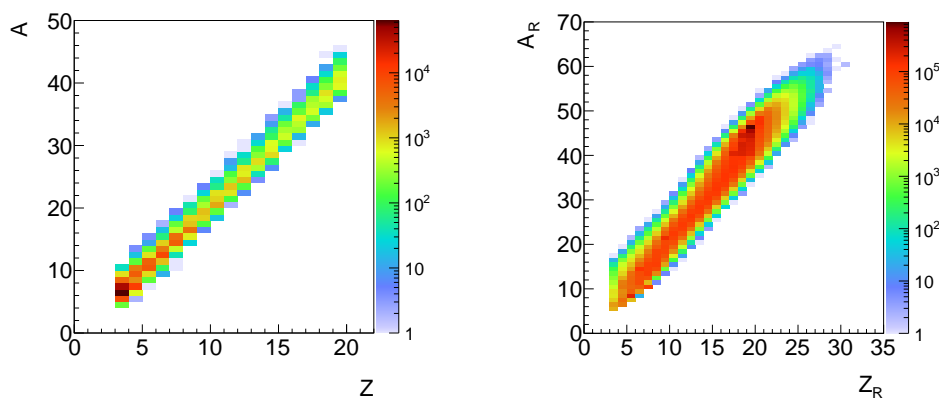
Dzięki znajomości rozkładów izotopowych wtórnych produktów reakcji oraz średniej energii wzbudzenia wybranej grupy pierwotnych fragmentów o pośrednich masach, a także rozkładów krotności lekkich cząstek, możliwe jest odtworzenie pierwotnych fragmentów powstałych na skutek multifragmentacji. Zaproponowana procedura jest połączeniem wiedzy teoretycznej i eksperymentalnej. Bazuje ona na formule rekonstrukcyjnej danej zależnością 5.1:

$$\begin{cases} Z_R = Z + \sum_i w_i Z_i, \\ A_R = A + \sum_i w_i A_i, \end{cases} \quad (5.1)$$

gdzie: Z_R , A_R to ładunek oraz masa zrekonstruowanego jądra pierwotnego, Z , A odpowiadają ładunkowi i masie jądra wtórnego o pośredniej masie ($Z \in < 3, 19 >$), natomiast w_i to współczynnik wagowy szacowany z rozkładów krotności lekkich cząstek: n , p , d , t , ${}^3\text{He}$ oraz ${}^4\text{He}$.

Na Rysunku 5.1 zaprezentowane zostały rozkłady wtórnych produktów reakcji (fragmenty o pośrednich masach: $Z \in < 3, 19 >$) ${}^{40}\text{Ar} + {}^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki 47 MeV/A oraz szeroki zakres izotopów zrekonstruowany na ich podstawie.

W niniejszej pracy, rozważania nad procedurą rekonstrukcji dotyczyły jedynie danych teoretycznych, ze względu na ilość czynników mających duże znaczenie na



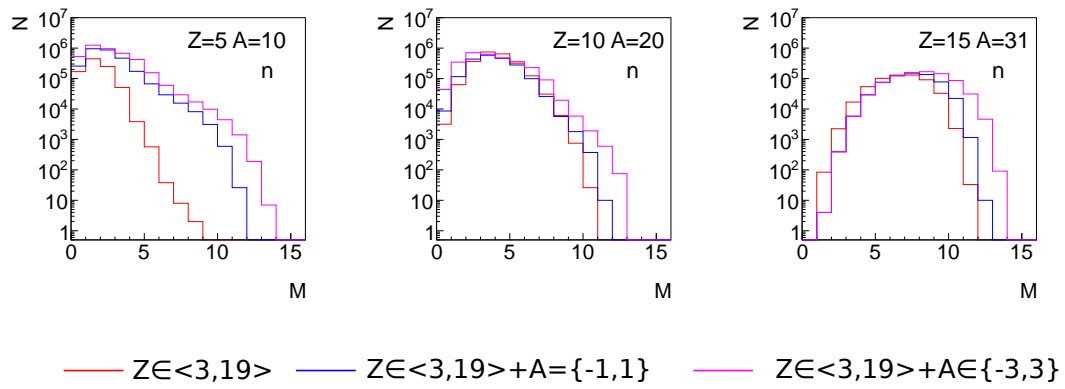
RYSUNEK 5.1: Wtórne produkty reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki 47 MeV/A (lewy panel) oraz powstałe izotopy po rekonstrukcji (prawy panel).

proces odtworzenia pierwotnych produktów reakcji, do których zaliczone zostały między innymi:

- wybór izotopów pierwotnych budujących bazę krotności lekkich cząstek przy określonej wartości energii wzbudzenia,
- ilość rekonstrukcji jąder wtórnych,
- zaokrąglanie danych w obrębie poszczególnych przedziałów,
- sposób losowania współczynników wagowych.

Na skutek deekscytacji poszczególnych jąder, produkowany jest szeroki zakres izotopów, których ilość zależy od wybranej grupy cząstek pierwotnych. W związku z tym przeprowadzone zostały badania nad wpływem ilości jąder biorących udział w tworzeniu bazy krotności lekkich cząstek. Rezultaty tych rozważań zostały przedstawione na Rysunku 5.2 i obejmowały następujące konfiguracje jąder pierwotnych:

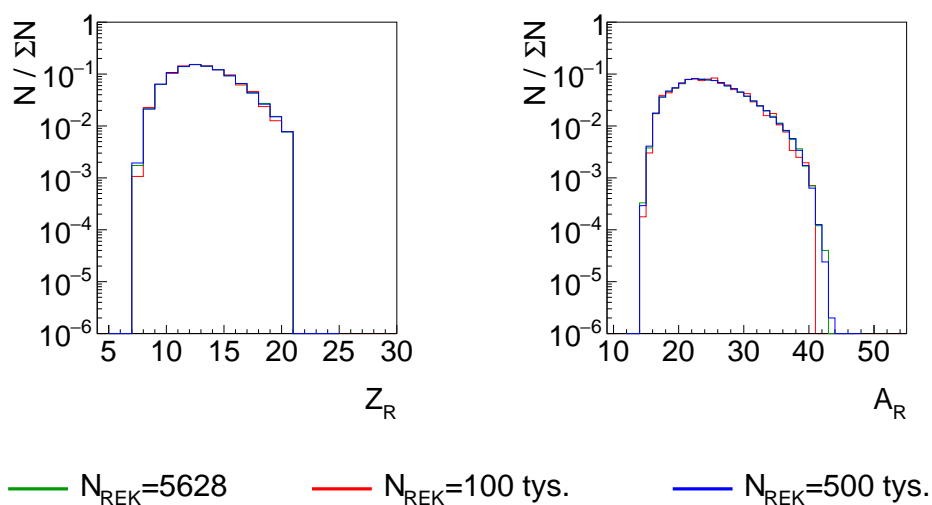
- izotopy stabilne z zakresu: $Z \in < 3, 19 >$,
- izotopy stabilne oraz dodatkowo: $A + 1$, $A - 1$ z zakresu izotopów stabilnych o liczbie atomowej: $Z \in < 3, 19 >$,
- izotopy stabilne oraz dodatkowo: $A + 1$, $A + 2$, $A + 3$, $A - 1$, $A - 2$, $A - 3$ z zakresu izotopów stabilnych o liczbie atomowej: $Z \in < 3, 19 >$,



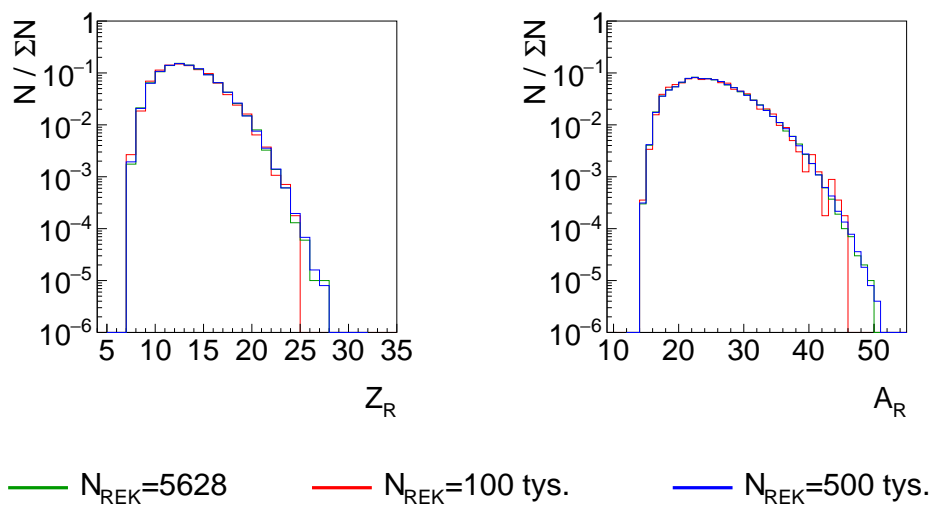
RYSUNEK 5.2: Porównanie rozkładów krotności n dla przykładowych jąder wtórnych, w zależności od wybranej konfiguracji izotopów pierwotnych, zgodnie z przewidywaniami kodu GEMINI.

Zwiększenie ilości izotopów pierwotnych, na podstawie, których konstruowana zostaje baza krotności lekkich cząstek, znacząco modyfikuje rozkłady produkowanych neutronów. Powoduje to zmianę samego kształtu rozkładów oraz przesuwania położenia maksimum. Im jądro jest cięższe, tym emisja neutronów jest bardziej prawdopodobna, a ich krotność wzrasta. W przypadku bazy krotności powstałej z jąder pierwotnych z zakresu: $Z \in \langle 3, 19 \rangle$, otrzymane rozkłady są najwyższe.

Rezultaty formuły rekonstrukcyjnej (wzór 5.1) uwzględniają szeroki zakres izotopów, których pary liczb w postaci liczby atomowej oraz masowej (Z_R, A_R) są poprawne matematycznie lecz niefizyczne, bowiem nie wszystkie obliczone pary (Z_R, A_R), występują w przyrodzie. Dlatego też, przypadki niefizyczne usuwane są z dalszej analizy. Dla przykładowego jądra pierwotnego $Z = 10, A = 20$ o energii wzbudzenia równej $E^*/A = 4.5 \text{ MeV}$, wygenerowana została jednoizotopowa baza krotności lekkich cząstek. Następnie wybrane jądro $Z = 7, A = 14$ podane zostało rekonstrukcji w ilościach (N_{REK}): 5628 (wygenerowana ilość jądra $Z = 7, A = 14$, na skutek wtórnego wyparowania), 100 tys. oraz 500 tys. razy. Różnice pomiędzy danymi fizycznymi a bezpośrednimi wynikami procedury rekonstrukcji (dane matematyczne) zaprezentowane zostały odpowiednio na Rysunku 5.3 oraz Rysunku 5.4. Warto podkreślić, że jednoizotopowa baza krotności lekkich cząstek, powstaje na skutek wtórnego wyparowania tylko jednego izotopu pierwotnego, produkując przy tym kilka jąder wtórnych. Natomiast bazy kilkuizotopowe, opierają się na rezultatach deekscytacji kilku jąder pierwotnych.



RYSUNEK 5.3: Rezultaty procedury rekonstrukcji dla danych fizycznych, z uwzględnieniem ilości odtworzeń izotopu: $Z = 7$, $A = 14$, będącego wynikiem wtórnego wyparowania jądra: $Z = 10$, $Z = 20$.

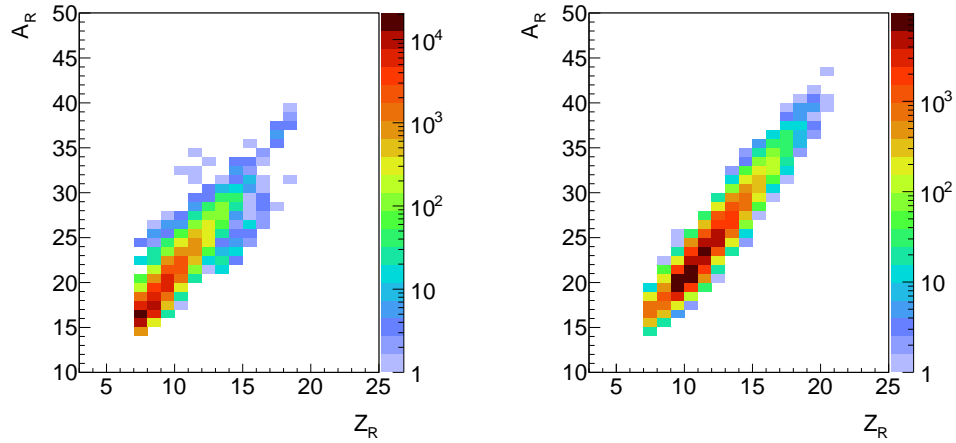


RYSUNEK 5.4: Rezultaty procedury rekonstrukcji dla danych matematycznych, z uwzględnieniem ilości odtworzeń izotopu: $Z = 7$, $A = 14$, będącego wynikiem wtórnego wyparowania jądra: $Z = 10$, $Z = 20$.

Wyraźnie widać, że w przypadku danych fizycznych, rozkłady zrekonstruowanych cząstek są nieco węższe niż dla danych matematycznych, niezależnie od ilości rekonstrukcji, przy niezmiennym położeniu maksimów rozkładów. Powyższe rozważania dotyczyły rekonstrukcji z uwzględnieniem wpływu sposobu konstrukcji rozkładów

krotności na wyniki, czyli zastosowane zostało dopasowanie funkcji Gaussa.

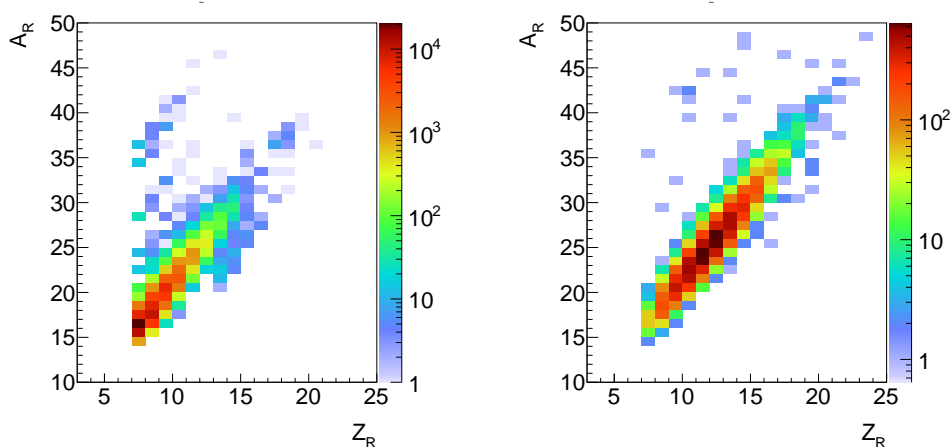
Rozkłady odtworzonych fragmentów w dużej mierze zależą również od metody uzyskiwania wag krotności lekkich cząstek - losowanie wartości z histogramu lub z dopasowania funkcji Gaussa. Przedstawione to zostało na przykładzie jednoizotopowej bazy krotności lekkich cząstek wygenerowanej dla jądra $Z = 7$, $A = 14$. Rysunek 5.5 przedstawia rezultaty procedury rekonstrukcji dla danych będących bezpośrednim jej rezultatem bez zastosowania jakichkolwiek dodatkowych założeń, w przypadku rozważań losowania wag krotności z histogramu oraz dopasowania funkcji Gaussa. Widocznym jest, że w przypadku analizy z dopasowaniem funkcji Gaussa, otrzymane rozkłady są węższe oraz mają bardziej jednolity kształt. Ponadto, obserwowane jest przesunięcie izotopów najbardziej populowanych - maksimum rozkładów przypada w innym położeniu.



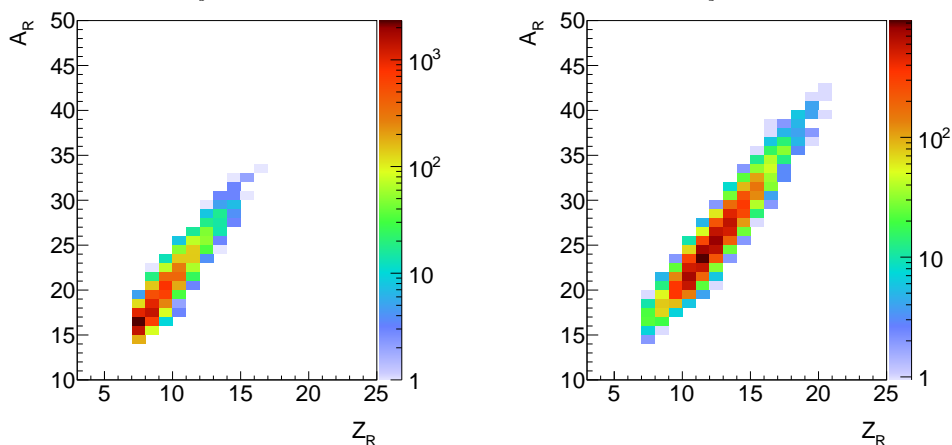
RYSUNEK 5.5: Określanie wag krotności lekkich cząstek bezpośrednio z rozkładu (lewy panel) oraz dopasowania funkcji Gaussa (prawy panel).

Określanie wag krotności lekkich cząstek zakłada losowanie dowolnego punktu na danym wykresie, a następnie analizę jego współrzędnych. W przypadku, gdy co najmniej jedna ze współrzędnych nie zawiera się w tym rozkładzie, losowanie jest powtarzane. W związku z tym, istnieją dwa sposoby zamiany współrzędnych punktów na krotność danej cząstki. Pierwszy z nich, zakłada bezpośrednią korelację współrzędnych wylosowanego punktu z numerem binu krotności, a więc jego wartością będącą liczbą naturalną. Natomiast drugi, wykorzystuje położeniu punktu jako liczbę wymierną dając bezpośredni wkład do procedury rekonstrukcji. Jednak, ze względu, iż liczba atomowa i masowa jąder są liczbami naturalnymi, do dalszej

analizy wykorzystane zostało pierwsze podejście przyporządkowujące współrzędne punktu do całkowitej wartości krotności. Wpływ sposobu zaokrąglania danych będących rezultatem losowania krotności lekkich cząstek, przedstawiony został na Rysunku 5.6 w przypadku uzyskiwania danych bezpośrednio z rozkładu krotności oraz Rysunku 5.7, dla dopasowania funkcji Gaussa.



RYSUNEK 5.6: Wpływ zaokrąglania współrzędnych wylosowanych punktów krotności na rezultaty rekonstrukcji dla danych uzyskanych bezpośrednio z rozkładu krotności. Lewy panel odpowiada rekonstrukcji z zaokrągleniem, natomiast prawy panel nie uwzględnia go.



RYSUNEK 5.7: Wpływ zaokrąglania współrzędnych wylosowanych punktów krotności na rezultaty rekonstrukcji dla dopasowania rozkładów krotności funkcją Gaussa. Lewy panel odpowiada rekonstrukcji z zaokrągleniem, natomiast prawy panel nie uwzględnia go.

5.1 Jednoizotopowa baza krotności lekkich cząstek

Procedura rekonstrukcji bazuje na dość prostej formule, jednak ilość czynników wpływających na ostateczne rezultaty czyni ją bardziej złożoną. Dlatego przeprowadzona została analiza konstrukcji bazy krotności lekkich cząstek oraz skorelowanych z nimi jądrami wtórnymi, które zostały wyprodukowane w procesie wtórnego wyparowania z jądra pierwotnego: $Z = 10$, $A = 20$ o energii wzbudzenia 4.5 MeV . Wyniki analizy dla 100 tys. rekonstrukcji wybranych jąder wtórnych przedstawione zostały w Tabeli 5.1.

TABELA 5.1: Średnie wartości odtworzonych jąder pierwotnych powstałych na skutek wtórnego wyparowania jądra $Z = 10$, $A = 20$.

| Jądro wtórne | Wynik rekonstrukcji |
|------------------|---|
| $Z = 3 \ A = 6$ | $\bar{Z}_R = 9.07 \ \bar{A}_R = 18.10$ |
| $Z = 4 \ A = 9$ | $\bar{Z}_R = 9.89 \ \bar{A}_R = 19.76$ |
| $Z = 5 \ A = 10$ | $\bar{Z}_R = 9.84 \ \bar{A}_R = 19.64$ |
| $Z = 6 \ A = 12$ | $\bar{Z}_R = 10.01 \ \bar{A}_R = 20.01$ |
| $Z = 7 \ A = 14$ | $\bar{Z}_R = 10.00 \ \bar{A}_R = 20.00$ |
| $Z = 8 \ A = 16$ | $\bar{Z}_R = 10.00 \ \bar{A}_R = 19.99$ |
| $Z = 9 \ A = 18$ | $\bar{Z}_R = 10.00 \ \bar{A}_R = 20.00$ |

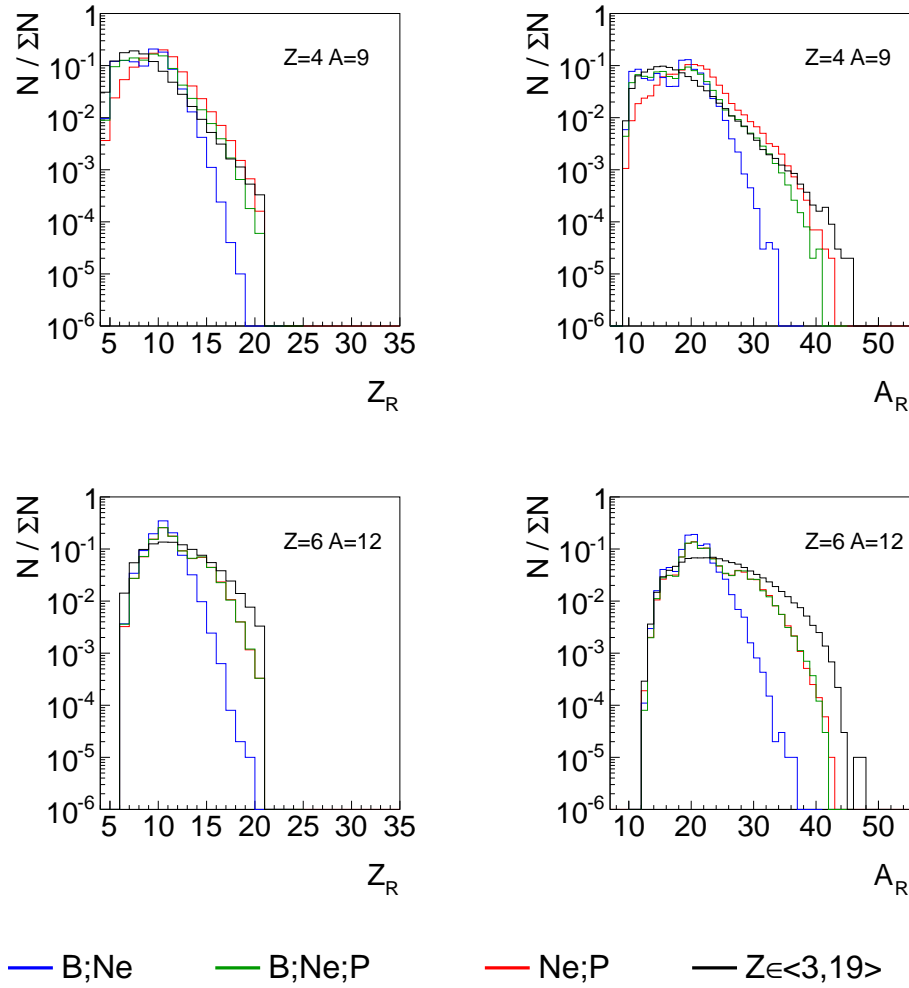
Jak widać, dla jednoizotopowej bazy krotności, rezultaty odtworzenia pierwotnych produktów reakcji, zasadniczo bardzo dobrze odzwierciedlają jądro, które tą bazę wygenerowało. Jedynie lżejsze jądra, z zakresu $Z \in < 3, 5 >$ wykazują większe różnice, spowodowane ograniczeniem związanym z możliwością rekonstrukcji tych jąder. Minimalne zasilanie wybranego jądra pochodzi albo właśnie od tego jądra albo od izotopów o niższej liczbie atomowej lub masowej. Oznacza to, że cięższe izotopy przy rekonstrukcji nie mają wpływu na lżejsze. Jednak te, dają istotny wkład w rekonstrukcję cięższych jąder - nawet przy minimalnej krotności cząstek lekkich wynoszącej zero, zawsze występuje niezerowy fragment wtórny o pośredniej masie. Zatem można stwierdzić, że w przypadku tych prostych rozważań, procedura rekonstrukcji dobrze odzwierciedla odtworzenie wybranego jądra pierwotnego.

5.2 Kilkuizotopowe bazy krotności lekkich cząstek

Podczas reakcji zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach, produkowany jest szeroki zakres fragmentów, dlatego też, sprawdzony został wpływ rozszerzania bazy krotności lekkich cząstek o kolejne izotopy, na rezultaty rekonstrukcji. W związku z tym, skonstruowane zostały bazy dwuizotopowe: $Z = 5, A = 10$ oraz $Z = 10, A = 20$ ($^{10}B;^{20}Ne$), $Z = 10, A = 20$ oraz $Z = 15, A = 31$ ($^{20}Ne;^{31}P$), a także trzyizotopowa: $Z = 5, A = 10, Z = 10, A = 20$ oraz $Z = 15, A = 31$ ($^{10}B;^{20}Ne;^{31}P$). Wyniki rekonstrukcji dla dwóch przykładowych jąder wtórnych zostały przedstawione na Rysunku 5.8.

Jak widać, w zależności od ilości oraz typu jąder pierwotnych poddanych wtórnemu wyparowaniu, obserwowana jest zmiana kształtu rozkładów oraz przesunięcie ich maksimum. W przypadku docelowej bazy krotności, gdzie liczba atomowa izotopów ją budujących zawiera się w przedziale $Z \in < 3, 19 >$, można dostrzec, iż maksimum rozkładu jest bardziej płaskie niż w przypadku pozostałych konfiguracji baz krotności. Ponadto, dla konfiguracji $^{10}B;^{20}Ne;^{31}P$, zaprezentowane rozkłady są niemal identyczne jak dla $^{20}Ne;^{31}P$. Im baza krotności konstruowana jest z lżejszych jąder, tym rozkład liczby atomowej i masowej jest węższy, a jego maksimum jest bardziej wyraźne. Natomiast w przypadku liczby masowej trzyizotopowej bazy krotności, szczególnie dla cięższych jąder, obserwowane są dwa maksima, które wynikają z braku możliwości zasilania ich przez lżejsze jądra, ze względu na wąskie rozkłady krotności cząstek lekkich.

W przypadku analizy bazy krotności utworzonej na podstawie wtórnego wyparowania jądra $Z = 10, A = 20$, na skutek rekonstrukcji prawie zawsze otrzymywane zostało to samo jądro pierwotne, które budowało bazę. Jednak dla konfiguracji kilkuizotopowej, wnioski te są bardziej zróżnicowane, bowiem dla bazy skonstruowanej na podstawie lżejszych izotopów pierwotnych, odtwarzanym jądrem jest cięższe spośród tej bazy (wyjątek stanowią jądra wtórne $Z \in < 3, 5 >$). W przypadku innych baz krotności, odtwarzane jądra są w pełnym zakresie liczby atomowej i masowej. Numeryczne, średnie wartości odtworzonych jąder dla dwuizotopowych baz krotności zamieszczone zostały w Tabeli 5.2.



RYSUNEK 5.8: Porównanie odtworzonych jąder dla baz krotności otrzymanych z różnych konfiguracji jąder pierwotnych, dla przykładowych jąder wtórnych.

TABELA 5.2: Wartości średnie zrekonstruowanych jąder dla dwuizotopowych baz krotności lekkich cząstek.

| Jądro wtórne | Wyniki rekonstrukcji | |
|------------------|---|---|
| | $^{10}B; ^{20}Ne$ | $^{20}Ne; ^{31}P$ |
| $Z = 3 \ A = 6$ | $\bar{Z}_R = 5.59 \ \bar{A}_R = 11.16$ | $\bar{Z}_R = 8.84 \ \bar{A}_R = 17.29$ |
| $Z = 4 \ A = 9$ | $\bar{Z}_R = 8.30 \ \bar{A}_R = 16.59$ | $\bar{Z}_R = 9.58 \ \bar{A}_R = 19.47$ |
| $Z = 5 \ A = 10$ | $\bar{Z}_R = 9.84 \ \bar{A}_R = 19.65$ | $\bar{Z}_R = 10.05 \ \bar{A}_R = 20.14$ |
| $Z = 6 \ A = 12$ | $\bar{Z}_R = 10.01 \ \bar{A}_R = 20.01$ | $\bar{Z}_R = 10.93 \ \bar{A}_R = 22.05$ |
| $Z = 7 \ A = 14$ | $\bar{Z}_R = 10.00 \ \bar{A}_R = 20.00$ | $\bar{Z}_R = 11.05 \ \bar{A}_R = 22.31$ |
| $Z = 8 \ A = 16$ | $\bar{Z}_R = 10.00 \ \bar{A}_R = 20.00$ | $\bar{Z}_R = 13.73 \ \bar{A}_R = 28.23$ |
| $Z = 9 \ A = 18$ | $\bar{Z}_R = 10.00 \ \bar{A}_R = 20.00$ | $\bar{Z}_R = 14.73 \ \bar{A}_R = 30.44$ |

5.3 Prawdopodobieństwo

Podrozdział ten poświęcony został numerycznemu określeniu prawdopodobieństwa uzyskania danego fragmentu, na skutek zastosowania procedury rekonstrukcji.

Konstrukcja bazy krotności lekkich cząstek opiera się na selekcji poszczególnych jąder wtórnych i skorelowanych z nimi jądrami lekkimi, a następnie na sumie tak uzyskanych rozkładów.

Suma poszczególnych rozkładów krotności lekkich cząstek jest możliwa zgodnie z założeniem niezależności zdarzeń - każdy izotop pierwotny niezależnie ulegał de-ekscytacji do różnych fragmentów wtórnych i skorelowanych cząstek lekkich. W związku z tym, rozważone zostały dwa przypadki: pierwszy odnosił się do histogramów zupełnie niezależnych, wygenerowanych specjalnie na potrzeby tej analizy, natomiast drugi był częścią już istniejącej, fizycznej bazy jednoizotopowej.

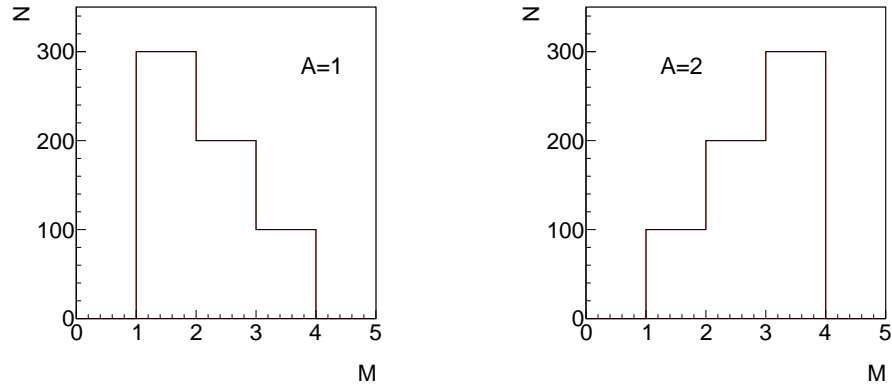
Przedstawiona analiza prawdopodobieństwa bazuje na uproszczonym podejściu do formuły rekonstrukcyjnej. Zakłada ona, że tylko dwa izotopy lekkie brały udział w rekonstrukcji. Ten szczególny przypadek wyraża się zależnością 5.2:

$$A_R = A + A_1 w_1 + A_2 w_2, \quad (5.2)$$

gdzie: $A = 0$, natomiast $A_1 = 1$ i $A_2 = 2$. Współczynniki w_1 oraz w_2 odpowiadają krotnościom wybranych cząstek.

Specjalnie wygenerowane histogramy krotności, nie pochodzące z żadnej fizycznej bazy krotności, dla cząstek z masą atomową A_1 oraz A_2 zostały przedstawione na Rysunku 5.9. Natomiast istotne parametry je opisujące zawarte zostały w Tabeli 5.3. Poszczególne prawdopodobieństwa wylosowania konkretnego przedziału krotności przykładowej cząstki definiowane są jako iloraz ilości określonej wartości krotności i całkowitej liczby przypadków branych pod uwagę przy tworzeniu wybranego histogramu. W tym przypadku wynosiła ona 600.

Ze względu, iż histogramy krotności izotopów A_1 oraz A_2 są rozpatrywane jako zdarzenia niezależne, całkowite prawdopodobieństwo uzyskania konkretnej wartości z obu histogramów krotności ($P(w_{1i}, w_{2j})$) może zostać przedstawione w postaci iloczynu poszczególnych prawdopodobieństw ($P(w_{1i})$ oraz $P(w_{2j})$) zgodnie we wzorem 5.3:



RYSUNEK 5.9: Wejściowe, specjalnie wygenerowane histogramy krotności dla $A = 1$ (lewy panel) oraz $A = 2$ (prawy panel).

TABELA 5.3: Krotność, ilość oraz prawdopodobieństwo występowania izotopów A_1 i A_2 w poszczególnych przedziałach. Indeksy dolne numerują odpowiednio wybrany izotop ($A_1 : 1$ lub $A_2 : 2$) oraz wartość krotności.

| Krotność | Ilość | Prawdopodobieństwo |
|--------------|----------------|--------------------|
| $w_{11} = 1$ | $N_{11} = 300$ | $P(w_{11}) = 0.50$ |
| $w_{12} = 2$ | $N_{12} = 200$ | $P(w_{12}) = 0.33$ |
| $w_{13} = 3$ | $N_{13} = 100$ | $P(w_{13}) = 0.17$ |
| $w_{21} = 1$ | $N_{21} = 100$ | $P(w_{21}) = 0.17$ |
| $w_{22} = 2$ | $N_{22} = 200$ | $P(w_{22}) = 0.33$ |
| $w_{23} = 3$ | $N_{23} = 300$ | $P(w_{23}) = 0.50$ |

$$P(w_{1i}, w_{2j}) = P(w_{1i}) \times P(w_{2j}), \quad (5.3)$$

gdzie: indeksy i oraz j odpowiadają kolejnym krotnościom cząstek z histogramu izotopów A_1 oraz A_2 . Wartości numeryczne tak uzyskanych prawdopodobieństw przedstawione zostały w Tabeli 5.4.

TABELA 5.4: Numeryczne prawdopodobieństwo $P(w_{1i}, w_{2j})$ uzyskania odpowiednich krotności cząstek A_1 oraz A_2 .

| | $P(w_{21})$ | $P(w_{22})$ | $P(w_{23})$ |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $P(w_{11})$ | 0.085 | 0.165 | 0.250 |
| $P(w_{12})$ | 0.056 | 0.109 | 0.165 |
| $P(w_{13})$ | 0.029 | 0.056 | 0.085 |

Wykonując uproszczoną procedurę rekonstrukcji zgodnie z formułą 5.2 dla $A_1 = 1$ oraz $A_2 = 2$, uzyskane zostały następujące zrekonstruowane wartości A_R dla poszczególnych krotności (Tabela 5.5).

TABELA 5.5: Wartości A_R po zastosowaniu uproszczonej formuły rekonstrukcyjnej dla konkretnych wartości krotności.

| | w_{21} | w_{22} | w_{23} |
|----------|----------|----------|----------|
| w_{11} | 3 | 5 | 7 |
| w_{12} | 4 | 6 | 8 |
| w_{13} | 5 | 7 | 9 |

Warto zaznaczyć, że w przypadku uzyskania dwóch takich samych izotopów A_R , lecz dla różnych wartości krotności, prawdopodobieństwa ich występowania ($P(w_{1i}, w_{2j}; w_{1i}, w_{2j})$) sumują się zgodnie ze wzorem 5.4:

$$P(w_{1i}, w_{2j}; w_{1i}, w_{2j}) = P(w_{1i}, w_{w_j}) + P(w_{1i}, w_{2j}). \quad (5.4)$$

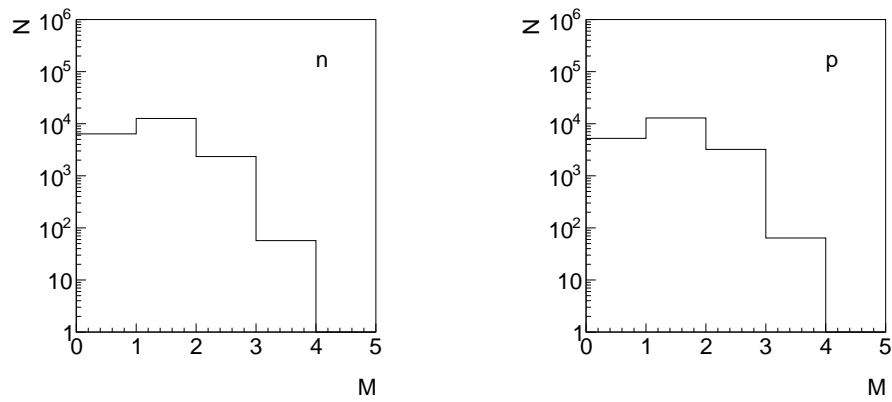
W przypadku, gdy dana wartość A_R otrzymana została tylko raz, jej wartość prawdopodobieństwa jest bezpośrednim rezultatem obliczeń zawartych w Tabeli 5.4. Wyniki obliczeń teoretycznych uzyskanych z powyższych rozważań oraz komputerowej rekonstrukcji dla 6 tys. powtórzeń przedstawione zostały w Tabeli 5.6.

TABELA 5.6: Porównanie numerycznych wartości A_R uzyskanych na podstawie obliczeń teoretycznych oraz rekonstrukcji.

| A_R | Rekonstrukcja | Obliczenia |
|-------|---------------|------------|
| 3 | 0.090 | 0.085 |
| 4 | 0.051 | 0.056 |
| 5 | 0.190 | 0.194 |
| 6 | 0.116 | 0.109 |
| 7 | 0.311 | 0.306 |
| 8 | 0.170 | 0.165 |
| 9 | 0.082 | 0.085 |

Jak widać, otrzymana została dobra zgodność pomiędzy metodami uzyskania danych, co pozwala stwierdzić słuszność sposobu konstrukcji baz krotności lekkich cząstek oraz określania prawdopodobieństwa ich uzyskania. Jednak, aby całkowicie uzasadnić przedstawione założenia należy powtórzyć obliczenia dla rozkładów krotności fizycznie istniejących. W związku z tym wykorzystana została jednoizotopowa baza krotności lekkich cząstek, powstała po deekscytacji jądra pierwotnego:

$Z = 10$, $A = 20$ o energii wzbudzenia $E^*/A = 4.5 \text{ MeV}$. W tym przypadku również zastosowano uproszczoną formułę rekonstrukcyjną (wzór 5.2), gdyż jej pełna forma (wzór 5.1) zawiera zbyt dużą liczbę zmiennych – możliwa liczba kombinacji krotności lekkich cząstek znacznie wzrasta, zaciemniając interpretację wyników. W tej analizie uwzględnione zostały rzeczywiste rozkłady krotności dla n oraz p ($A_1 = 1$, $A_2 = 1$), które zostały przedstawione na Rysunku 5.10. Ponadto, wybrane zostało skorelowane z nimi jądro o pośredniej masie o licznie atomowej $Z = 5$ oraz masowej $A = 10$ na skutek wtórnych rozpadów zostało wygenerowane 21402 razy, natomiast rekonstruowano go 10 tys. razy.



RYSUNEK 5.10: Rzeczywiste rozkłady krotności dla n oraz p skorelowane z jądrem wtórnym: $Z = 5$, $A = 10$.

Parametry opisujące krotność, ilość oraz prawdopodobieństwo występowania izotopów w poszczególnych przedziałach krotności, zaprezentowane zostało w Tabeli 5.7.

Ponownie zakładając niezależność zdarzeń, określone zostały możliwe kombinacje prawdopodobieństw wyboru określonych wartości krotności n oraz p , co przedstawione zostało w Tabeli 5.8.

Zrekonstruowane wartości A_R , dla poszczególnych krotności, zgodnie z uproszczoną formułą rekonstrukcyjną, zostały zaprezentowane w Tabeli 5.9.

Rezultaty obliczeń teoretycznych oraz zastosowania procedury rekonstrukcji, na podstawie fizycznej bazy krotności lekkich cząstek, zostały przedstawione na Rysunku 5.10.

TABELA 5.7: Krotność, ilość oraz prawdopodobieństwo występowania izotopów A_1 i A_2 w poszczególnych przedziałach dla rzeczywistych rozkładów krotności lekkich cząstek. Indeksy dolne numerują odpowiednio wybrany izotop ($A_1 : 1$ lub $A_2 : 2$) oraz wartość krotności.

| Krotność | Ilość | Prawdopodobieństwo |
|--------------|------------------|---------------------|
| $w_{10} = 0$ | $N_{10} = 6382$ | $P(w_{10}) = 0.298$ |
| $w_{11} = 1$ | $N_{11} = 12622$ | $P(w_{11}) = 0.590$ |
| $w_{12} = 2$ | $N_{12} = 2341$ | $P(w_{12}) = 0.109$ |
| $w_{13} = 3$ | $N_{13} = 57$ | $P(w_{13}) = 0.003$ |
| $w_{20} = 0$ | $N_{20} = 5233$ | $P(w_{20}) = 0.245$ |
| $w_{21} = 1$ | $N_{21} = 12891$ | $P(w_{21}) = 0.602$ |
| $w_{22} = 2$ | $N_{22} = 3214$ | $P(w_{22}) = 0.150$ |
| $w_{23} = 3$ | $N_{23} = 64$ | $P(w_{23}) = 0.003$ |

TABELA 5.8: Prawdopodobieństwo wyboru określonych wartości krotności dla n oraz p w przypadku jednoizotopowej bazy krotności lekkich cząstek.

| | $P(w_{10})$ | $P(w_{11})$ | $P(w_{12})$ | $P(w_{13})$ |
|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------------|
| $P(w_{20})$ | 0.073 | 0.144 | 0.027 | 0.001 |
| $P(w_{21})$ | 0.180 | 0.355 | 0.066 | 0.002 |
| $P(w_{22})$ | 0.045 | 0.089 | 0.016 | 0.001 |
| $P(w_{23})$ | 0.001 | 0.002 | 0.001 | $8.97 \cdot 10^{-6}$ |

TABELA 5.9: Zrekonstruowane wartości A_R po zastosowaniu uproszczonej formuły rekonstrukcyjnej dla poszczególnych wartości krotności, w oparciu o fizyczną bazę krotności lekkich cząstek.

| | w_{20} | w_{21} | w_{22} | w_{23} |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| w_{11} | 10 | 11 | 12 | 13 |
| w_{11} | 11 | 12 | 13 | 14 |
| w_{12} | 12 | 13 | 14 | 15 |
| w_{13} | 13 | 14 | 15 | 16 |

Jak można zauważyć, wartości numeryczne prawdopodobieństwa uzyskane z obliczeń teoretycznych oraz rekonstrukcji komputerowej, na podstawie uproszczonej formuły rekonstrukcyjnej, są do siebie bardzo zbliżone. Pozwala to stwierdzić, iż rozważania nad prawdopodobieństwem uzyskania określonych krotności cząstek oraz zrekonstruowanych fragmentów, są zasadne.

TABELA 5.10: Porównanie numerycznych wartości A_R uzyskanych na podstawie obliczeń teoretycznych oraz rekonstrukcji przy założeniu fizycznej bazy krotności lekkich cząstek.

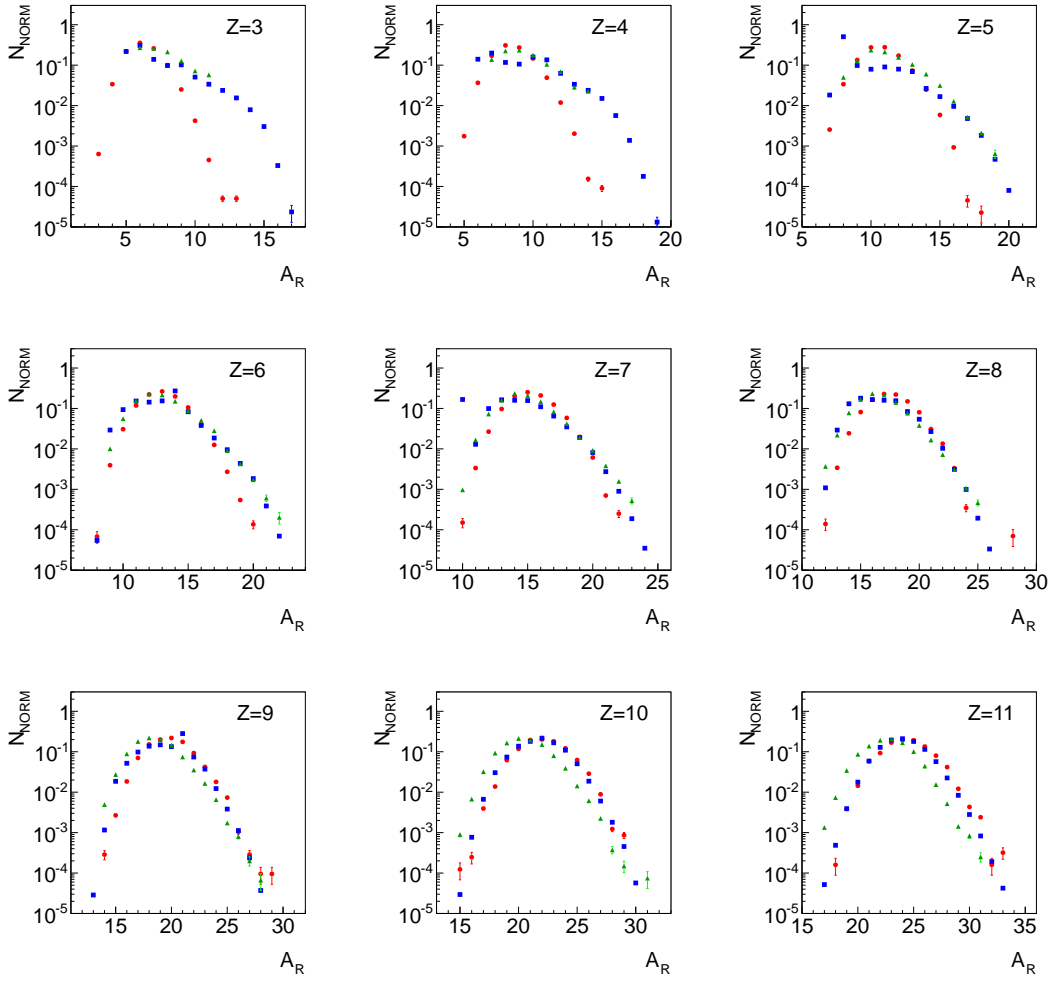
| A_R | Rekonstrukcja | Obliczenia |
|-------|-------------------|----------------------|
| 10 | 0.072 | 0.073 |
| 11 | 0.323 | 0.324 |
| 12 | 0.428 | 0.427 |
| 13 | 0.157 | 0.156 |
| 14 | 0.019 | 0.020 |
| 15 | 0.001 | 0.001 |
| 16 | $1 \cdot 10^{-5}$ | $8.97 \cdot 10^{-6}$ |

Rozdział 6

Odtworzenie pierwotnych produktów reakcji

W niniejszym rozdziale przedstawione zostały rezultaty procedury rekonstrukcji w postaci rozkładów izotopowych jąder zrekonstruowanych oraz danych teoretycznych. Przeanalizowana została reakcja: $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$, której wtórne produkty reakcji zostały odtworzone bezpośrednio z rozkładów krotności i dopasowania funkcji Gaussa, w przypadku selekcji ilości fragmentów o pośrednich masach w poszczególnych aktach zderzenia jądra pocisku z tarczą. Uwzględniona także została rekonstrukcja danych z założeniem braku izotopów wtórnych $Z = 3$, które mogą być wątpliwe z punktu widzenia klasyfikacji jąder do poszczególnych faz materii jądrowej w odniesieniu do przejścia fazowego. Sprawdzona została także charakterystyka produkcji jąder zrekonstruowanych na przykładzie reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ oraz $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$, przy energii wiązki wynoszącej $47 \text{ MeV}/A$, różniących się stosunkiem liczby neutronów do liczby protonów.

Na podstawie bazy krotności lekkich cząstek: n , p , d , t , ^3He oraz ^4He skorelowanych z emisją jąder wtórnych powstałych na skutek deekscytacji jąder pierwotnych z zakresu $Z \in < 3, 19 >$ o energii wzbudzenia $E^*/A = 4.5 \text{ MeV}$, odtworzone zostały pierwotne produkty reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki równej $47 \text{ MeV}/A$. Rozkłady izotopowe dla przewidywań modelu QMD (fragmenty pierwotne) oraz izotopów zrekonstruowanych na podstawie kodu QMD+GEMINI (fragmenty wtórne) wraz z niepewnościami statystycznymi, zaprezentowane zostały na Rysunku 6.1 ($Z \in < 3, 11 >$) oraz Rysunku 6.2 ($Z \in < 12, 19 >$).

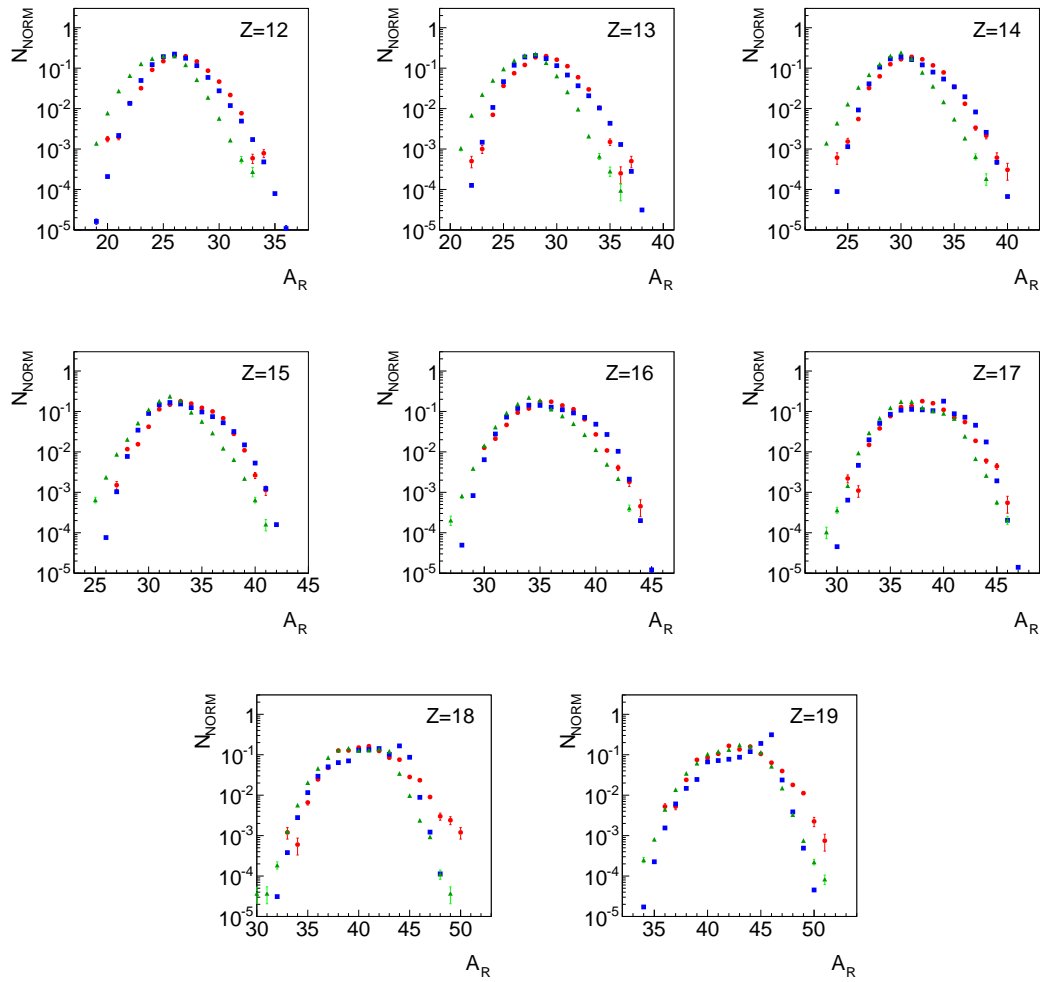


RYSUNEK 6.1: Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 3, 11 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+GEMINI), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty reprezentują rekonstrukcję danych dla wag krotności bezpośrednio otrzymanych z histogramu, natomiast zielone trójkąty dotyczą losowania wag krotności z dopasowania funkcji Gaussa do ich rozkładów.

Otrzymane rozkłady izotopowe zostały znormalizowane i dotyczyły one zarówno danych modelowych, jak również zrekonstruowanych. Ilość wybranego jądra $N[(Z_R, A_R)]$ została podzielona przez ilość jąder z różną liczbą masową, ale tą samą atomową $N[(Z_R = \text{const}, A_R)]$ zgodnie ze wzorem 6.1:

$$N_{\text{NORM}} = \frac{N[(Z_R, A_R)]}{N[(Z_R = \text{const}, A_R)]}. \quad (6.1)$$

Można zauważyć, że odtworzone fragmenty pierwotne w zależności od zastosowanej



RYSUNEK 6.2: Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 12, 19 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+GEMINI), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty reprezentują rekonstrukcję danych dla wag krotności bezpośrednio otrzymanych z histogramu, natomiast zielone trójkąty dotyczą losowania wag krotności z dopasowania funkcji Gaussa do ich rozkładów.

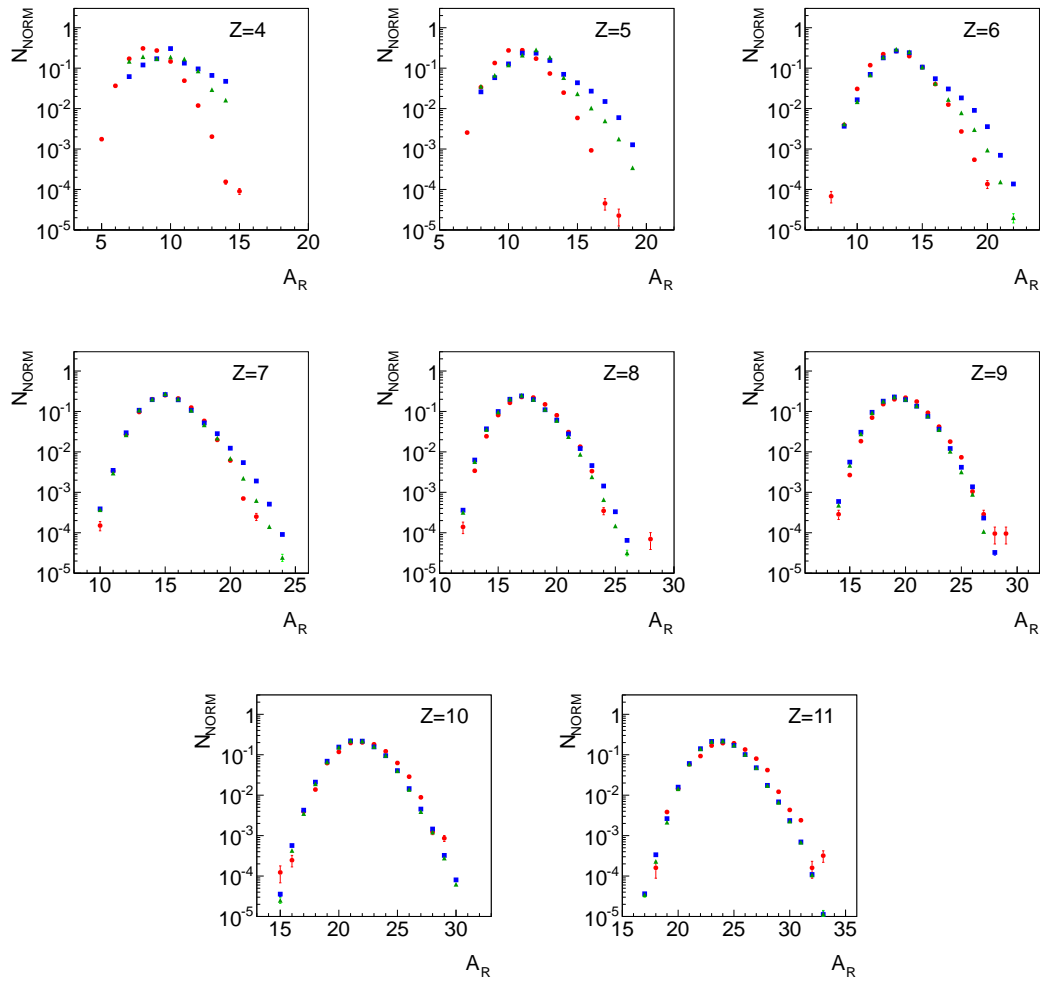
metody rekonstrukcji różnią się. W przypadku niskich $Z \in < 3, 6 >$, obserwowany jest dość duży udział jąder zrekonstruowanych w zakresie wysokich liczb masowych, co nie pokrywa się z danymi teoretycznymi. Jest to konsekwencją szerokich rozkładów krotności neutronów biorących udział w rekonstrukcji, a także bardzo ograniczoną liczbą izotopów, z których te jądra mogą być uzyskiwane, niezależnie czy rekonstrukcja odbywała się a podstawie dopasowania funkcji Gaussa do rozkładów krotności czy bezpośrednio z nich. Natomiast dla jąder cięższych, znacznie

lepszą zgodność z modelem QMD wykazują dane uzyskane bezpośrednio z rozkładów krotności lekkich cząstek. Ze względu na przesunięcie położenia maksimum dopasowania funkcji Gaussa w stosunku do histogramu krotności, w znacznej mierze, rozkłady izotopowe są przesunięte w kierunku mniejszych liczb masowych.

Powyższe rozważania dotyczyły procedury rekonstrukcji bazującej na danych teoretycznych zgodnych z przewidywaniami modelu QMD oraz QMD+GEMINI. Dla tej samej reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$, której produkty reakcji opisane zostały modelem QMD w przypadku jąder pierwotnych oraz QMD+cooler, dla fragmentów wtórnych, została zastosowana procedura rekonstrukcji. Ponadto, baza krotności lekkich cząstek dla wybranego zakresu jąder pierwotnych o pośrednich masach z zakresu $Z \in < 3, 19 >$, została także wygenerowana na podstawie przewidywań kodu *cooler*.

Badania związane z dynamiką materii jądrowej pozwalają rozpatrywać całość zderzającego się systemu w postaci współistniejących faz, które związane są z obiektami do nich klasyfikowanych. Wobec tego, cząstki lekkie o ładunku $Z = 1$ oraz $Z = 2$ reprezentują fazę gazową, natomiast cząstki $Z > 2$ stanowią fazę ciekłą. Podział ten jest dość arbitralny, dlatego też przeprowadzona została przykładowa analiza sprawdzająca, czy klasyfikacja $Z = 3$ jako fazy ciekłej jest dostatecznie dobrym założeniem i czy ma wpływ na rezultaty odtworzenia pierwotnych produktów reakcji. W tym celu, produkcja wtórnych fragmentów z $Z = 3$ w evencie została pominięta, a rekonstrukcja została przeprowadzona w standardowy sposób. Rezultaty tej analizy w odniesieniu to standardowej procedury uwzględniającej wszystkie fragmenty przedstawione zostały na Rysunku 6.3 ($Z \in < 4, 11 >$) oraz Rysunku 6.4 ($Z \in < 12, 19 >$).

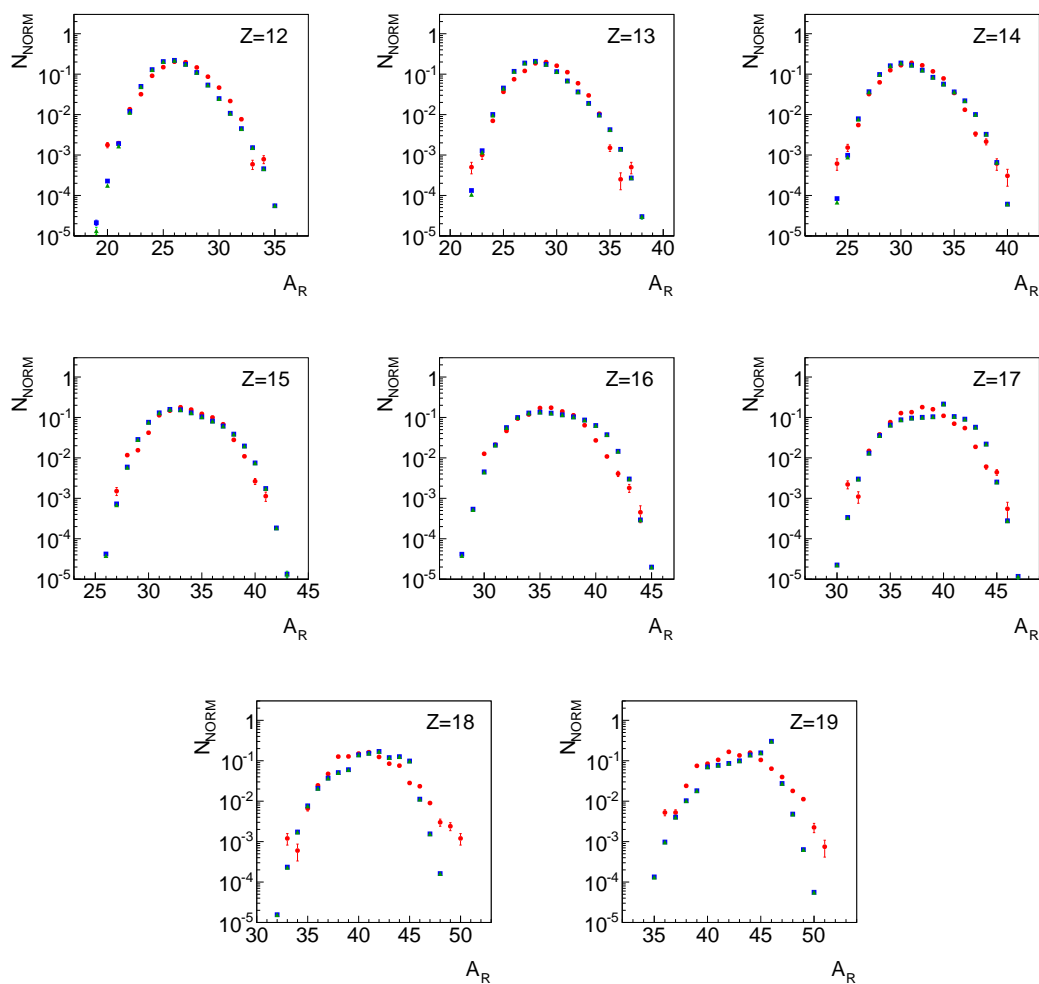
W przypadku analizy z pominięciem jądra $Z = 3$, można zauważyć lepsze dopasowanie danych zrekonstruowanych do danych modelowych niż w przypadku modelu QMD+GEMINI, jednak w dalszym ciągu nie jest ono zadowalające. W przypadku lekkich jąder $Z \in < 3, 6 >$, lepiej odwzorowany jest sam kształt rozkładów oraz obserwowane jest ich obniżenie w rejonie wyższych liczb masowych, a przez to lepsze jego dopasowanie. Ponadto, pomiędzy danymi uwzględniającymi $Z = 3$ w analizie oraz z ich pominięciem, widoczne są różnice jedynie dla niskich liczb atomowych, a przy wyższych, właściwie są one identyczne, ponieważ $Z = 3$ ma znaczenie przy rekonstrukcji jedynie dla niewielkiego zakresu jąder cięższych. W



RYSUNEK 6.3: Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 4, 8 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+cooler), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty dotyczą rekonstrukcji danych bezpośrednio z rozkładów krotności, natomiast zielone trójkąty reprezentują rekonstrukcję z pominięciem jąder $Z = 3$.

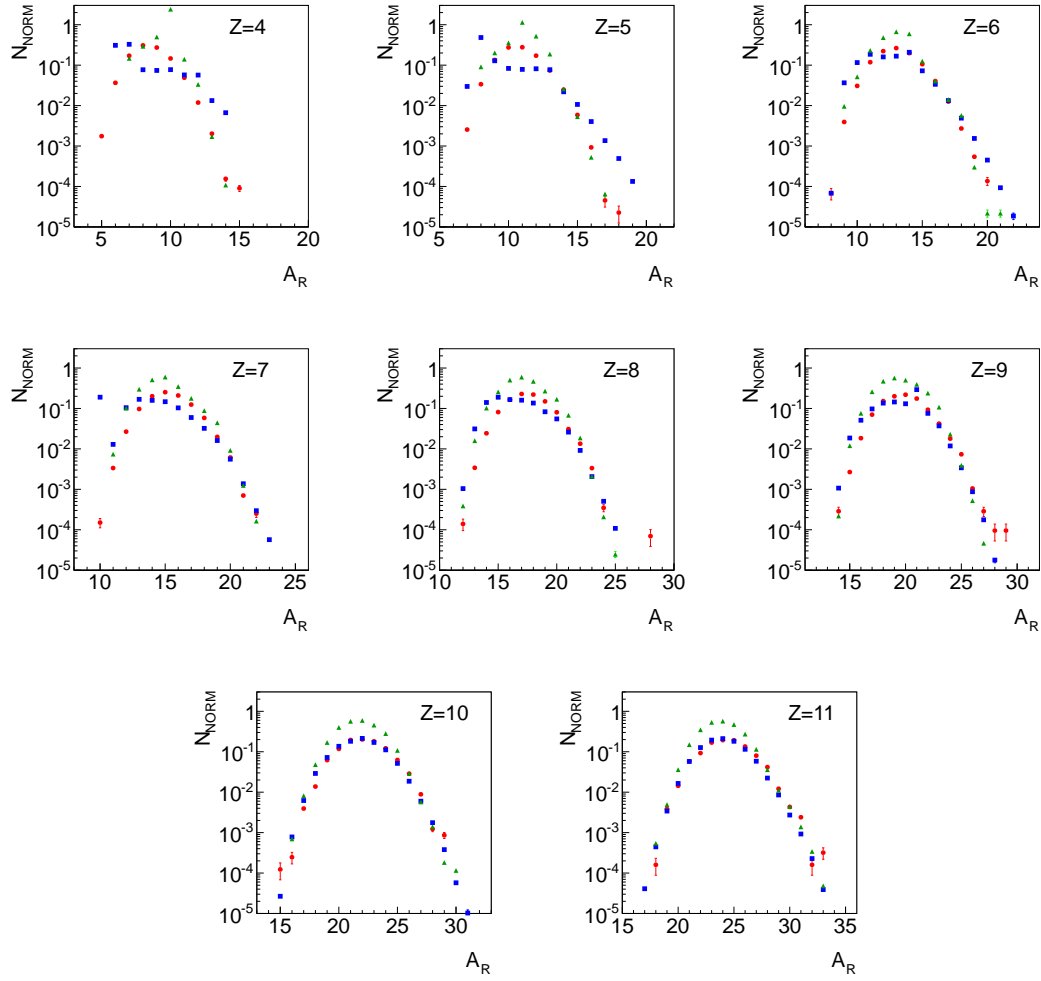
przypadku najcięższych analizowanych jąder $Z \in < 16, 18 >$ ponownie obserwowane są pewne rozbieżności, jednak wynikają one z górnych ograniczeń rekonstrukcji liczby atomowej fragmentów.

Ponadto, dla modelu QMD+GEMINI, sprawdzone zostały rezultaty rekonstrukcji z uwzględnieniem tylko jednego fragmentu o pośredniej masie w akcie pojedynczego zderzenia. Otóż, zgodnie z Rysunkami 6.5 i 6.6, odpowiednio dla fragmentów z zakresu $Z \in < 4, 11 >$ oraz $Z \in < 12, 19 >$, można zaobserwować, że rozkłady izotopowe uzyskane na skutek rekonstrukcji z krotnościami otrzymanymi bezpośrednio z rozkładów, wykazują znacznie lepszą zgodność z modelem niż dla analizy



RYSUNEK 6.4: Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 12, 19 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+*cooler*), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty dotyczą rekonstrukcji danych bezpośrednio z rozkładów krotności, natomiast zielone trójkąty reprezentują rekonstrukcję z pominięciem jąder $Z = 3$.

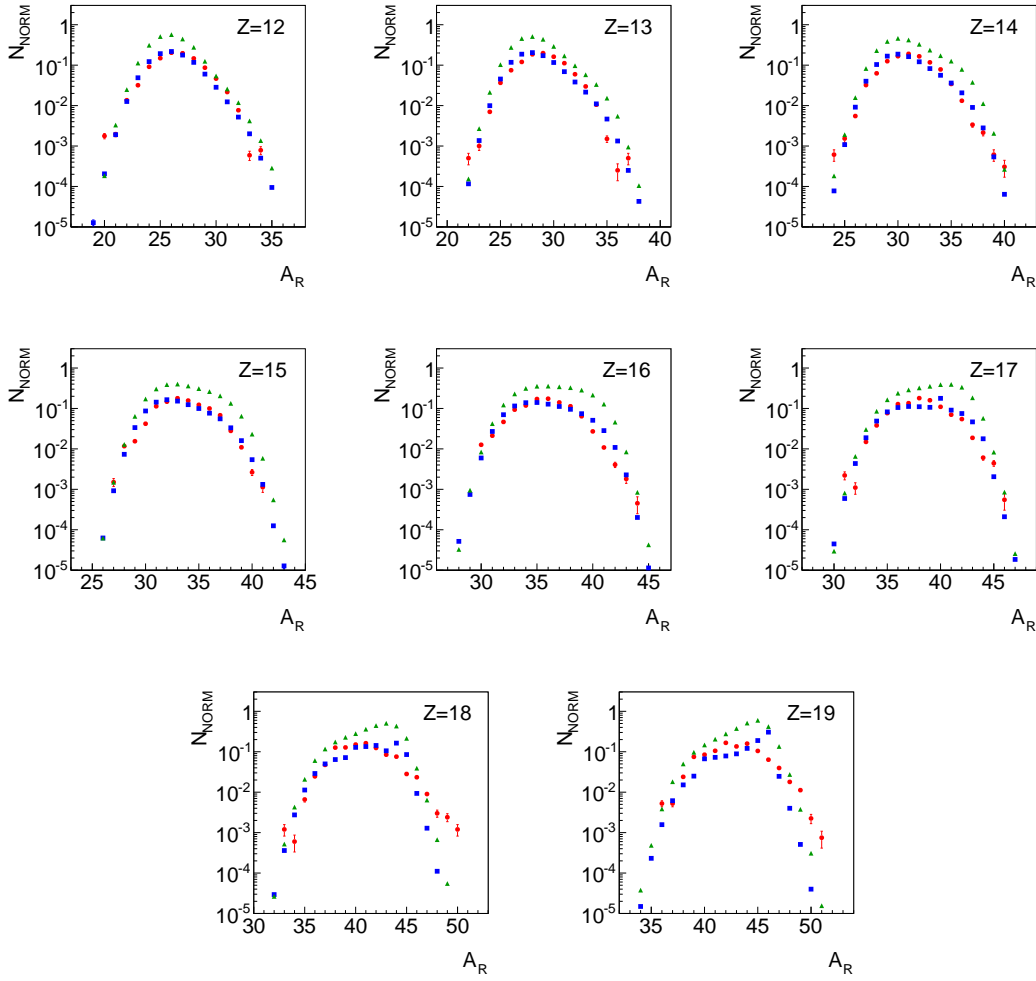
z tylko jednym fragmentem o pośredniej masie w ewencie. Pomimo zastosowania takiej samej normalizacji, kształt rozkładów jest bardzo podobny, jednak jego wysokość odbiega od innych danych. Jednak, ze względu na wartość energii wzbudzenia fragmentów pierwotnych, sytuacja gdzie tylko jeden fragment o pośredniej masie jest wyprodukowany jest dość rzadka, w związku z tym ten typ rekonstrukcji danych nie znajdzie zastosowania w warunkach rzeczywistego eksperymentu przy rekonstrukcji jego cząstek.



RYSUNEK 6.5: Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 4, 11 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+GEMINI), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty dotyczą rekonstrukcji z danych bezpośrednio uzyskanych z rozkładów krotności, ale z pominięciem jąder $Z = 3$, natomiast zielone trójkąty reprezentują tę samą metodę uzyskiwania wag krotności, lecz tylko dla przypadków, gdzie w ewencie obserwowany był tylko jeden fragment o pośredniej masie.

6.1 Rozkłady izotopowe dla reakcji o różnym N/Z

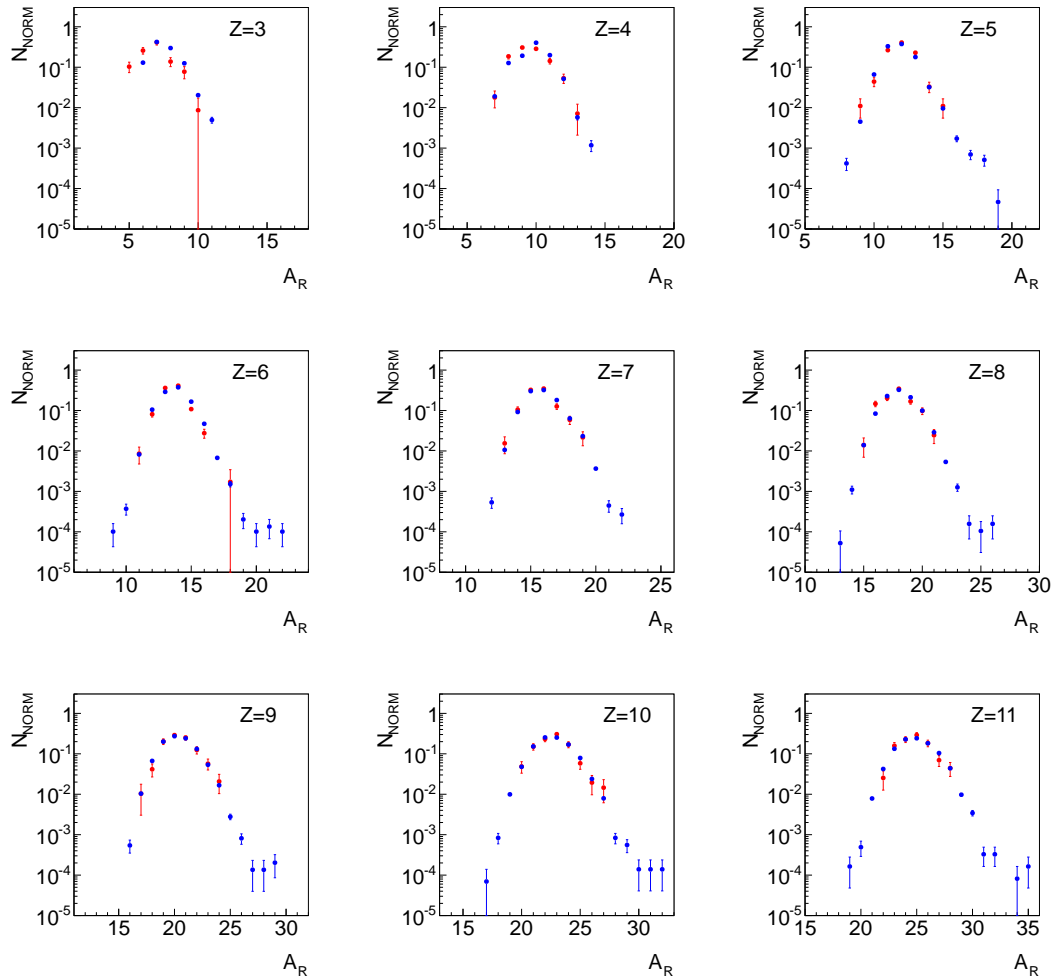
Sprawdzenie danych otrzymanych na skutek rekonstrukcji pod względem produkcji jąder dla reakcji z różnym stosunkiem liczby neutronów do protonów N/Z jest istotne z punktu widzenia skalowania izotopowego oraz innych parametrów określanych na tej podstawie.



RYSUNEK 6.6: Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 12, 19 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+GEMINI), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty dotyczą rekonstrukcji z danych bezpośrednio uzyskanych z rozkładów krotności, ale z pominięciem jąder $Z = 3$, natomiast zielone trójkąty reprezentują tę samą metodę uzyskiwania wag krotności, lecz tylko dla przypadków, gdzie w ewencie obserwowany był tylko jeden fragment o pośredniej masie.

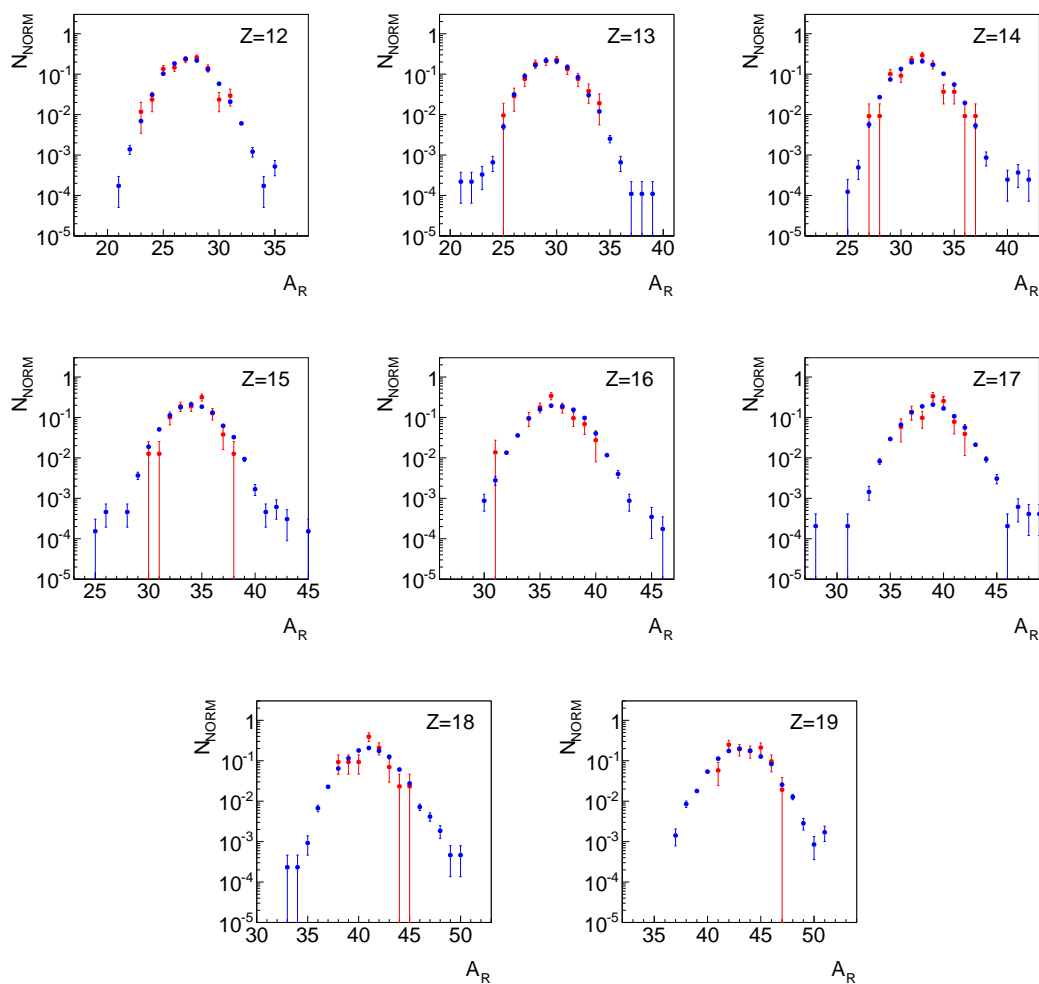
Dla dwóch reakcji różniących się stosunkiem ilości neutronów do protonów, przeprowadzona została rekonstrukcja pierwotnych fragmentów. Wybrane zostały następujące reakcje: $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ oraz $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$, przy energii wiązki wynoszącej 47 MeV/A , dla których stosunek N/Z wynosi odpowiednio: 1.39 oraz 1.17. Do symulacji reakcji wykorzystany został model AMD, natomiast proces wtórnego wyparowania modelowany został przy użyciu kodu AMD+GEMINI. Rezultaty rekonstrukcji (odpowiednio znormalizowane) otrzymane bezpośrednio z rozkładu krotności, dla kilku przykładowych jąder przedstawione zostały na Rysunkach 6.7, 6.8

($^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$) oraz Rysunkach 6.9, 6.10 ($^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$).



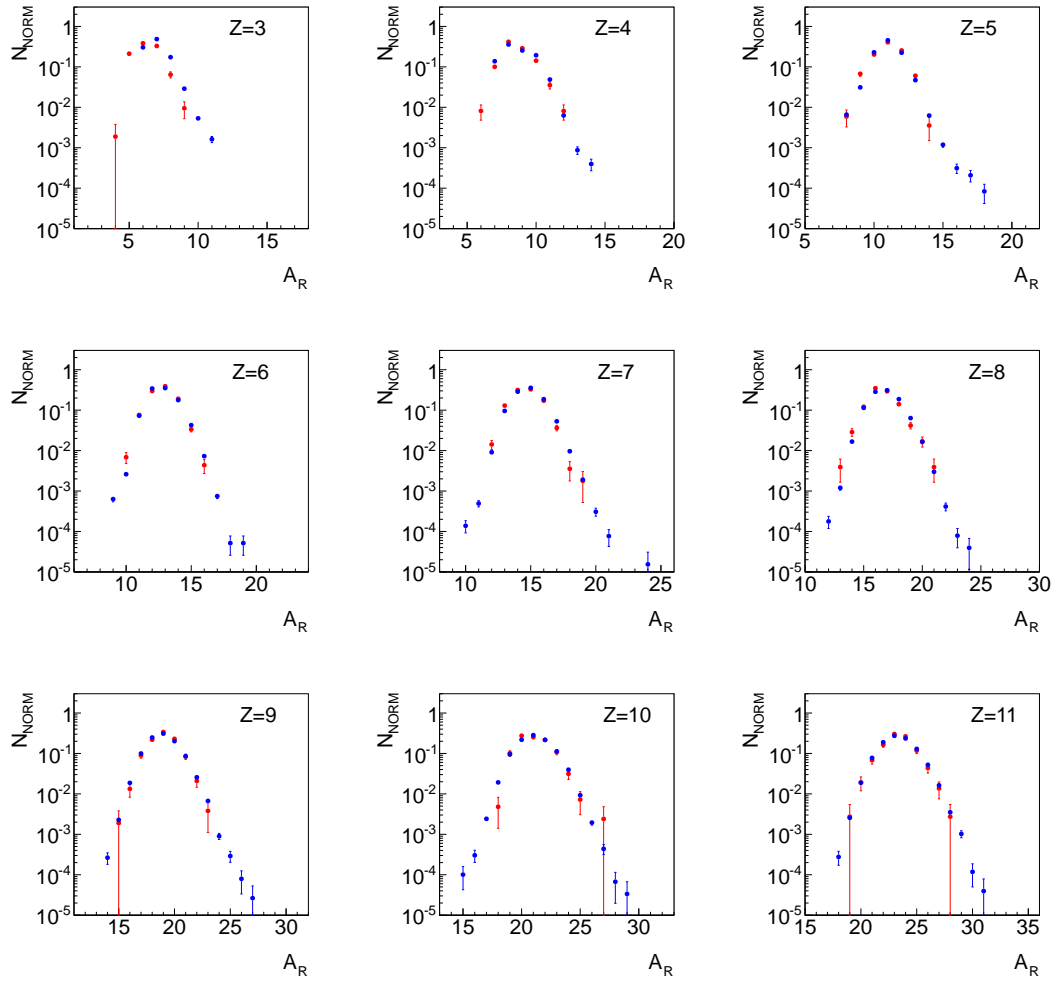
RYСУNEK 6.7: Przykładowe rozkłady izotopowe ($Z \in < 3, 11 >$) odtworzonych produktów reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ przy energii $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają pierwotnym produktom reakcji zgodnie z przewidywaniami modelu AMD, natomiast niebieskie reprezentują wyniki rekonstrukcji.

Jak widać, zarówno dla reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$, jak również $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$, w większości przypadków obserwowana jest dobra zgodność, w ramach niepewności statystycznych, zrekonstruowanych fragmentów z teoretycznymi przewidywaniami modelu AMD. W przypadku danych eksperymentalnych czy modelowych, które także bazują na danych rzeczywistych, prawdopodobieństwo otrzymania kolejnego jądra o niższej liczbie masowej od jądra stabilnego, spada o rząd wielkości. W związku z tym, rozkłady jąder odtworzonych obejmują szerszy zakres liczby masowej niż modelowe, ponieważ rekonstrukcja nie jest obarczona tym założeniem i wyprodukowanie każdego jądra zależy w głównej mierze od rozkładów krotności lekkich

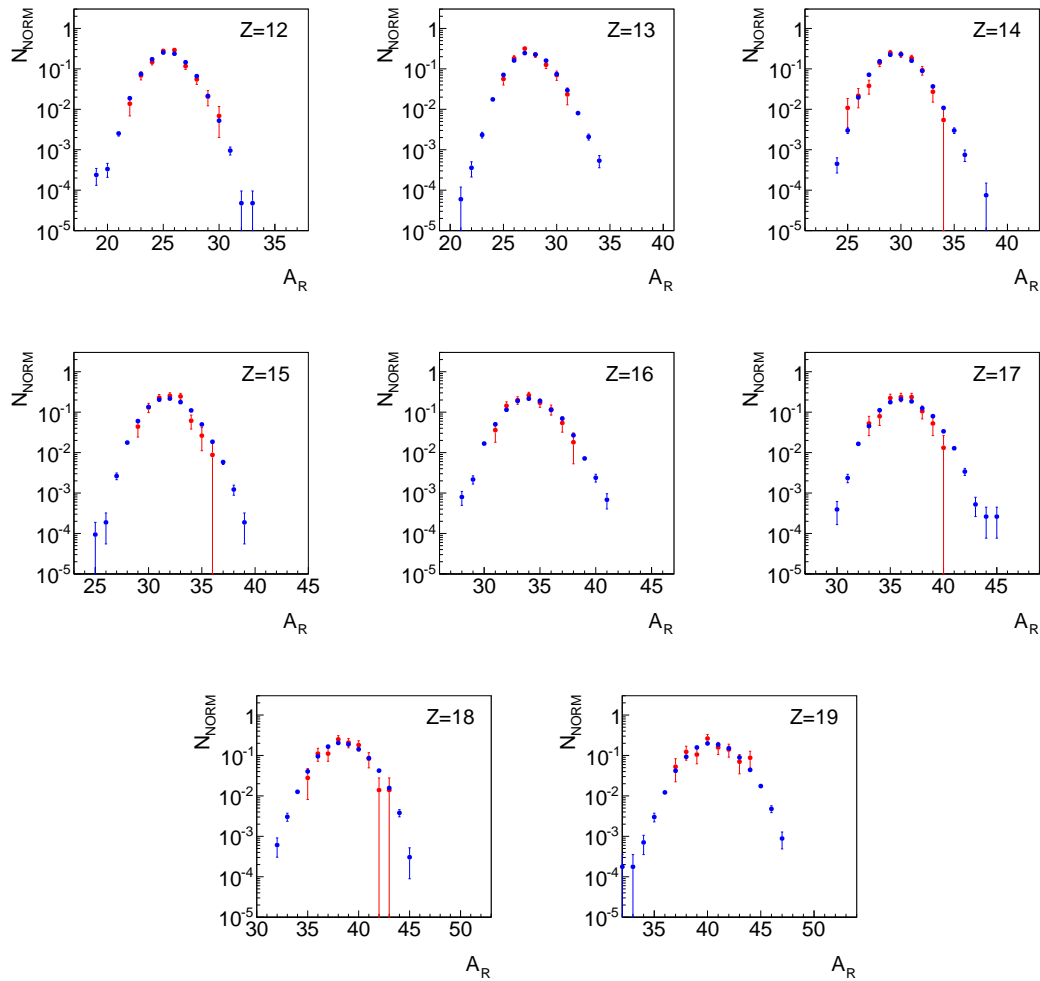


RYSUNEK 6.8: Przykładowe rozkłady izotopowe ($Z \in < 12, 19 >$) odtworzonych produktów reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ przy energii 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają pierwotnym produktom reakcji zgodnie z przewidywaniami modelu AMD, natomiast niebieskie reprezentują wyniki rekonstrukcji.

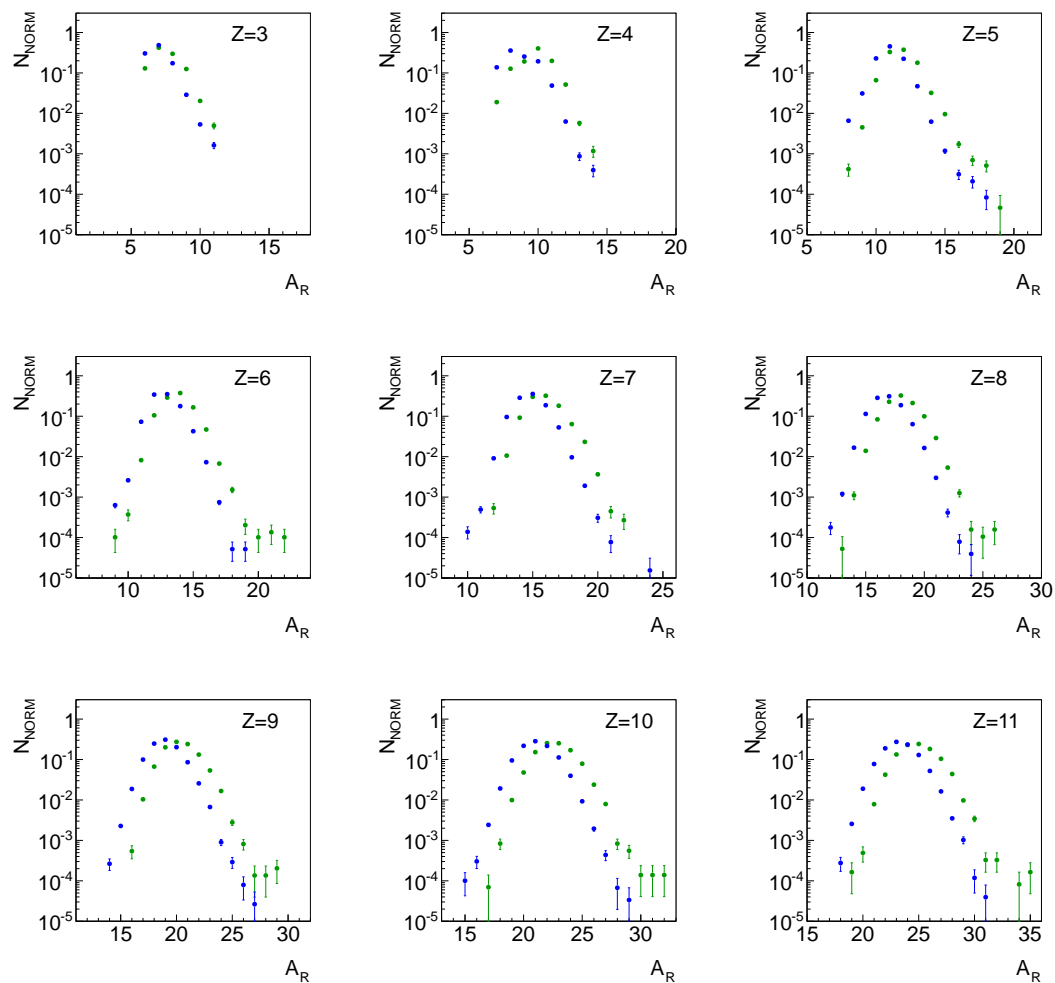
cząstek z nim skorelowanych. Ponadto, porównanie rezultatów rekonstrukcji dla obu wybranych reakcji pozwala stwierdzić, że przesunięcie pomiędzy danymi różniącymi się stosunkiem N/Z , jest zachowane w procedurze rekonstrukcji i obserwowane zgodnie z przewidywaniami. Przedstawione to zostało na Rysunku 6.11 oraz Rysunku 6.12.



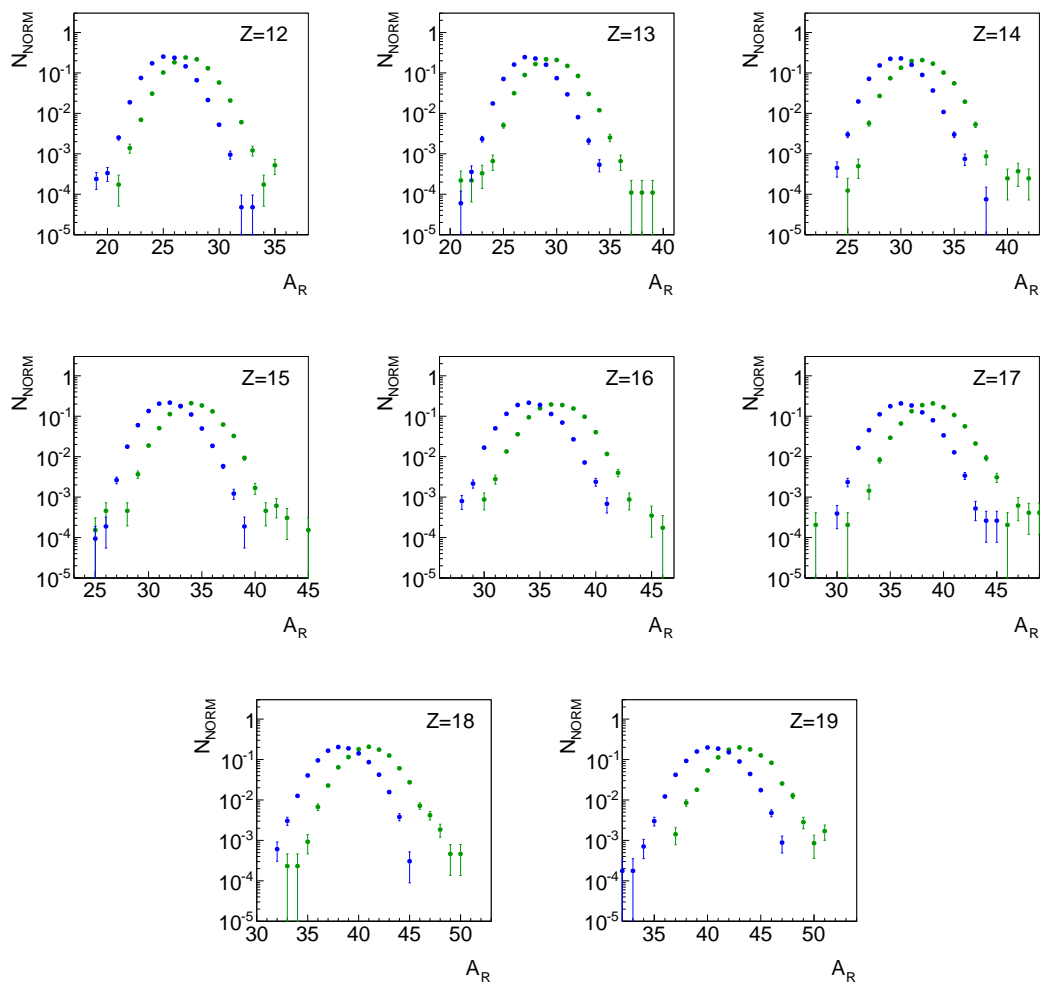
RYСУNEK 6.9: Przykładowe rozkłady izotopowe ($Z \in < 3, 11 >$) odtworzonych produktów reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ przy energii 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają pierwotnym produktom reakcji zgodnie z przewidywaniami modelu AMD, natomiast niebieskie reprezentują wyniki rekonstrukcji.



RYSUNEK 6.10: Przykładowe rozkłady izotopowe ($Z \in < 12, 19 >$) odtworzonych produktów reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ przy energii $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają pierwotnym produktom reakcji zgodnie z przewidywaniami modelu AMD, natomiast niebieskie reprezentują wyniki rekonstrukcji.



RYСУNEK 6.11: Porównanie zrekonstruowanych jąder z zakresu $Z \in 3, 11 >$ dla reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ (zielone punkty) oraz $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ (niebieskie punkty) przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$.



RYSUNEK 6.12: Porównanie zrekonstruowanych jąder z zakresu $Z \in < 12, 19 >$ dla reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ (zielone punkty) oraz $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ (niebieskie punkty) przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$.

Podsumowanie

Głównym celem niniejszej rozprawy doktorskiej było opracowanie procedury pozwalającej na rekonstrukcję pierwotnych, bezpośrednio niemierzalnych produktów reakcji zderzeń ciężkich jonów przy pośrednich energiach. Motywacją do podjęcia tego typu rozważań są wyniki obliczeń teoretycznych, które wskazują, iż wpływ wtórnego wyparowania na produkty reakcji jest znaczący i szczególnie widoczny przy oszacowaniach związanych ze skalowaniem izotopowym, wyznaczaniem temperatury materii jądrowej, czy współczynnika energii symetrii.

Na podstawie znajomości energii wzbudzenia pierwotnych fragmentów oraz rozkładów izotopowych wtórnych produktów reakcji wraz z korelacjami pomiędzy fragmentami o pośrednich masach, a krotnościami cząstek lekkich, do których zaliczone zostały: n , p , d , t , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, możliwe zostało opracowanie formuły rekonstrukcyjnej pozwalającej na otrzymanie informacji o składzie izotopowym fragmentów uformowanych we wczesnym etapie procesu multifragmentacji.

Dla wybranej reakcji ${}^{40}\text{Ar} + {}^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki równej $47 \text{ MeV}/A$ przeprowadzone zostały symulacje komputerowe modelami QMD oraz AMD dla fragmentów pierwotnych, które następnie poddane zostały wtórnemu wyparowaniu przy użyciu kodów GEMINI oraz *cooler*. Na tej podstawie wybrana została grupa interesujących przypadków, w których zgodnie z modelem widz—uczestnik, w strefie uczestników powstają fragmenty o pośrednich masach. W związku z bardzo dynamicznym przebiegiem reakcji, na podstawie estymatorów parametru zderzenia, określony został obszar zderzeń centralnych ($b \leq 3 \text{ fm}$), z którego następuje największa emisja określonych jąder. Ponadto prześledzona została ewolucja czasowa nukleonów w reakcji ${}^{40}\text{Ar} + {}^{124}\text{Sn}$ przy energiach wiązki: 15, 24, 30, 37, $47 \text{ MeV}/A$, co pozwoliło na określenie czasu reakcji $\tau = 300 \text{ fm}/c$ jako wystarczającego na uformowanie się pierwotnych produktów reakcji oraz ustabilizowanie się ich energii wzbudzenia.

Wartość energii wzbudzenia jaką obdarzone zostały fragmenty pierwotne podczas zderzenia ma bardzo duże znaczenie na dalsze etapy ewolucji czasowej materii jądrowej i produkcję fragmentów wtórnych. Dlatego też, pierwotne fragmenty o różnych wartościach energii wzbudzenia poddane zostały deekscytacji, a bazując

na korelacjach pomiędzy produktami reakcji o pośrednich masach oraz cząstek lekkich, opracowana została baza krotności lekkich cząstek, których parametry rozkładu pozwoliły wyznaczyć ogólny trend zależności położenia środka rozkładu i jego odchylenia, uzyskiwanych bezpośrednio z histogramów, bądź też dopasowania funkcji Gaussa.

W związku z tym, możliwym stało się odtworzenie pierwotnych fragmentów reakcji z uwzględnieniem wielu czynników mających wpływ na rezultaty procedury. Zbadany został wpływ wyboru ilości izotopów pierwotnych, na proces budowy bazy krotności lekkich cząstek i rekonstrukcję, a także sama liczba deekscytacji wybranych jąder. Sprawdzona również została ilość jąder wtórnych o pośrednich masach formowanych w pojedynczym akcie zderzenia, na konstrukcję bazy krotności lekkich cząstek. Istotny także okazał się wpływ wyboru metody otrzymywania krotności poszczególnych cząstek lekkich na rezultaty rekonstrukcji – losowanie danych bezpośrednio z ich rozkładów lub z dopasowania funkcji Gaussa, aby uniezależnić się od samego kształtu rozkładu, ilości deekscytacji jąder pierwotnych oraz kodu modelującego reakcję.

Procedura rekonstrukcji, ze względu na ilości czynników mających na nią wpływ, jest dość skomplikowana. Dlatego też analizie poddana została jednoizotopowa baza krotności, której odtworzone wyniki bardzo dobrze odwzorowały dane początkowe. Interpretacja wyników przy bardziej złożonej bazie (dwu- lub trzyizotopowej) staje się już mniej intuicyjna i znacznie bardziej skomplikowana. Ponadto, określone zostało prawdopodobieństwo uzyskania danego fragmentu, na skutek rekonstrukcji, co potwierdziło słuszność początkowych założeń.

Dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ o energii wiązki $47\text{ MeV}/A$, wybrana została grupa stabilnych jąder pierwotnych z zakresu: $Z \in < 3, 19 >$ o średniej energii wzbudzenia dla fragmentów o pośrednich masach równej $E^*/A = 4.5\text{ MeV}$. W efekcie, w procesie rekonstrukcji uzyskane zostały odtworzone rozkłady izotopowe, które następnie zostały porównane z danymi teoretycznymi, po uprzednim znormalizowaniu. Analiza ta pozwoliła stwierdzić, że procedura rekonstrukcji dobrze odzwierciedla dane symulacyjne, jednak ilość czynników mających wpływ na jej rezultaty jest znacząca.

Ponadto, przeprowadzone zostały badania nad produkcją odtworzonych jąder w przypadku dwóch reakcji różniących się stosunkiem liczby neutronów do protonów.

Dla reakcji: $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ oraz $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ o energii wiązki $47\text{ MeV}/A$, potwierdzona została także dobra zgodność danych teoretycznych oraz zrekonstruowanych oraz zachowanie asymetrii N/Z .

Rezultaty procedury rekonstrukcji przedstawione w niniejszej pracy dotyczyły jedynie danych teoretycznych, jednak można ją także stosować do danych eksperymentalnych [40]. Opracowana procedura daje zadowalające wyniki, lecz ze względu na szereg czynników, które na nią wpływają, staje się niejednoznaczna. Należą do nich między innymi: sposób konstrukcji bazy krotności lekkich cząstek, a w szczególności wybór jąder pierwotnych poddawanych deekscytacji oraz ich ilość, a także sposób określania wag krotności lekkich cząstek (bezpośrednio z rozkładu bądź dopasowania funkcji Gaussa, uwzględniając różne formy zaokrąglania wyników). Istotnym jest także wybór modeli oraz kodów teoretycznych.

Podziękowania

Praca powstała w wyniku realizacji projektu badawczego o numerze 2014/12/T/ST2/00272 finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki.

Spis rysunków

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Schematyczne przedstawienie procesu multifragmentacji. | 10 |
| 1.2 | Schematyczne przedstawienie modelu widz–uczestnik przed (lewa strona) oraz po zderzeniu (prawa strona), przy założeniu określonego parametru zderzenia (b) jako odległość pomiędzy środkami zderzających się jąder. | 12 |
| 2.1 | Schematyczne przedstawienie ”quantum branching” dla różnych możliwych kanałów przebiegu reakcji [14]. | 16 |
| 2.2 | Różnice pomiędzy standardowym kodem GEMINI (<i>gemini</i>), <i>cooler</i> (<i>gemini</i> (τ)) oraz danymi eksperymentalnymi (<i>experiment</i>) dla wybranej grupy przypadków powstałych w reakcji $Kr+Nb$ przy energii wiązki równej 35 MeV/A [19]. | 19 |
| 3.1 | Rozkład parametru zderzenia dla reakcji $^{40}\text{Ar}+^{124}\text{Sn}$ o energii wiązki $E = 47 \text{ MeV/A}$ według przewidywań modelu QMD. | 22 |
| 3.2 | Związek parametru zderzenia w zależności od metody jego estymacji: prędkość najcięższego fragmentu (górne panele), energia transversalna (środkowe panele) oraz krotność cząstek naładowanych (dolne panele). Przewidywania modelu QMD+ <i>cooler</i> dla reakcji $^{40}\text{Ar}+^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki 47 MeV/A | 25 |
| 3.3 | Ewolucja czasowa nukleonów przy różnych parametrach zderzenia według przewidywań modelu QMD. | 26 |
| 3.4 | Średnia produkcja fragmentów w czasie dla zderzeń centralnych, semicentralnych oraz peryferyjnych odpowiednio przeskalowana dla lepszego rozseparowania danych. | 27 |
| 3.5 | Średnia energia wzbudzenia produkowanych cząstek w zderzeniach centralnych, semicentralnych oraz peryferyjnych odpowiednio przeskalowana dla lepszego rozseparowania danych. | 28 |
| 3.6 | Średnia produkcja cząstek lekkich: n , p , d , t , ^3He , ^4He | 29 |
| 3.7 | Produkcja fragmentów pierwotnych dla pełnego zakresu parametru zderzenia według przewidywań modelu QMD. | 30 |
| 3.8 | Produkcja fragmentów pierwotnych dla parametru zderzenia $b \leq 5 \text{ fm}$ według przewidywań modelu AMD. | 31 |

| | | |
|------|--|----|
| 3.9 | Zależność energii wzbudzenia od parametru zderzenia oraz pierwotnych produktów reakcji, dla przewidywań modelu QMD w pełnym zakresie parametru zderzenia: b_{max} (górne panele), a także: $b \leq 5 fm$ dla modelu QMD (środkowe panele) oraz AMD (dolne panele). | 32 |
| 3.10 | Rozkład średniej energii wzbudzenia dla fragmentów o pośrednich masach $Z \in < 3, 19 >$ powstałych przy parametrze zderzenia z zakresu $b \in < 0, 3 >$, zgodnie z przewidywaniami modelu QMD (lewy panel) oraz AMD (prawy panel). | 33 |
| 3.11 | Deekscytacja jądra pocisku ^{40}Ar ($E^*/A = 4.69 MeV$) oraz tarczy ^{124}Sn ($E^*/A = 4.95 MeV$) według przewidywań kodu <i>cooler</i> (górne panele) oraz GEMINI (dolne panele) dla zderzeń centralnych. | 34 |
| 3.12 | Deekscytacja jąder pierwotnych: $Z = 8, A = 16$ ($E^*/A = 4.57 MeV$), $Z = 12, A = 25$ ($E^*/A = 4.18 MeV$), $Z = 34, A = 76$ ($E^*/A = 5.80 MeV$), według przewidywań kodu <i>cooler</i> (górne panele) oraz GEMINI (dolne panele) dla zderzeń centralnych. | 35 |
| 3.13 | Deekscytacja jąder ^{40}Ar kodem GEMINI przy energii wzbudzenia: $E^*/A \in \{1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0\} MeV$ | 36 |
| 3.14 | Deekscytacja jąder ^{124}Sn kodem GEMINI przy energii wzbudzenia: $E^*/A \in \{1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0\} MeV$ | 37 |
| 3.15 | Wtórne produkty reakcji $^{40}Ar + ^{124}Sn$ przy energii wiązki $47 MeV/A$ według przewidywań modelu QMD+GEMINI (lewy panel) oraz AMD+GEMINI (prawy panel). | 38 |
| 3.16 | Przykładowe rozkłady izotopowe pierwotnych oraz wtórnych produktów reakcji $^{40}Ar + ^{124}Sn$ przy energii $47 MeV/A$, zgodnie z przewidywaniami modeli: QMD, QMD+GEMINI, QMD+ <i>cooler</i> | 39 |
| 3.17 | Przykładowe rozkłady izotopowe pierwotnych oraz wtórnych produktów reakcji $^{40}Ar + ^{124}Sn$ przy energii $47 MeV/A$, zgodnie z przewidywaniami modeli: AMD, AMD+GEMINI. | 40 |
| 3.18 | Zależność współczynnika α w funkcji $\Delta (Z/A)_{liq}^2$. Linia przerywana reprezentuje liniową interpolację pierwotnie uformowanych fragmentów, natomiast linia ciągła odpowiada ostatecznym produktom reakcji. Słabo określone wartości odcięcia zaznaczone zostały za pomocą poziomych strzałek [37]. | 41 |
| 3.19 | Przewidywania modelu AMD dla pierwotnych (lewy panel) oraz wtórnych (prawy panel) produktów reakcji [38]. | 41 |
| 4.1 | Baza krotności lekkich cząstek skorelowana z wybranym jądrem wtórnym: $Z = 7, A = 14$ powstałym w wyniku deekscytacji stabilnych jąder pierwotnych z zakresu $Z \in < 3, 19 >$ o energii wzbudzenia $E^*/A = 4.5 MeV$, zgodnie z przewidywaniami kodu GEMINI oraz <i>cooler</i> | 45 |
| 4.2 | Ewolucja rozkładów krotności neutronów dla jądra wtórnego $Z = 3, A = 6$ powstałego w wyniku deekscytacji jąder pierwotnych (zakres podany został w nawiasach) o energii wzbudzenia $E^*/A = 4.5 MeV$, za pomocą kodu GEMINI. | 46 |

| | | |
|------|---|----|
| 4.3 | Rozkłady krotności n dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia. | 48 |
| 4.4 | Rozkłady krotności p dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia. | 49 |
| 4.5 | Rozkłady krotności d dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia. | 50 |
| 4.6 | Rozkłady krotności t dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia. | 51 |
| 4.7 | Rozkłady krotności ${}^3\text{He}$ dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia. | 52 |
| 4.8 | Rozkłady krotności ${}^4\text{He}$ dla jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia. | 53 |
| 4.9 | Porównanie rozkładów krotności cząstek lekkich dla przykładowego jądra: $Z = 7$, $A = 14$ o energii wzbudzenia $E^*/A = 2.0 \text{ MeV}$ oraz $E^*/A = 5.0 \text{ MeV}$ | 54 |
| 4.10 | Porównanie parametru wartości średniej rozkładu krotności lekkich cząstek dla wybranego jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia, zgodnie z przewidywaniami kodu GEMINI. | 56 |
| 4.11 | Porównanie parametru odchylenia standardowego rozkładu krotności lekkich cząstek dla wybranego jądra: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia, zgodnie z przewidywaniami kodu GEMINI. | 57 |
| 4.12 | Zależność wartości średnich rozkładów uzyskanych bezpośrednio z histogramu oraz dopasowania funkcji Gaussa od liczby atomowej wtórnych produktów reakcji. | 59 |
| 4.13 | Zależność odchylen standardowych uzyskanych bezpośrednio z histogramu oraz dopasowania funkcji Gaussa od liczby atomowej wtórnych produktów reakcji. | 60 |
| 4.14 | Zależność wartości średnich rozkładów uzyskanych bezpośrednio z histogramu oraz dopasowania funkcji Gaussa od liczby masowej wtórnych produktów reakcji. | 61 |
| 4.15 | Zależność odchylen standardowych rozkładów uzyskanych bezpośrednio z histogramu oraz dopasowania funkcji Gaussa od liczby masowej wtórnych produktów reakcji. | 62 |
| 5.1 | Wtórne produkty reakcji ${}^{40}\text{Ar} + {}^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$ (lewy panel) oraz powstałe izotopy po rekonstrukcji (prawy panel). | 64 |
| 5.2 | Porównanie rozkładów krotności n dla przykładowych jąder wtórnych, w zależności od wybranej konfiguracji izotopów pierwotnych, zgodnie z przewidywaniami kodu GEMINI. | 65 |
| 5.3 | Rezultaty procedury rekonstrukcji dla danych fizycznych, z uwzględnieniem ilości odtworzeń izotopu: $Z = 7$, $A = 14$, będącego wynikiem wtórnego wyparowania jądra: $Z = 10$, $Z = 20$ | 66 |
| 5.4 | Rezultaty procedury rekonstrukcji dla danych matematycznych, z uwzględnieniem ilości odtworzeń izotopu: $Z = 7$, $A = 14$, będącego wynikiem wtórnego wyparowania jądra: $Z = 10$, $Z = 20$ | 66 |

| | | |
|------|--|----|
| 5.5 | Określanie wag krotności lekkich cząstek bezpośrednio z rozkładu (lewy panel) oraz dopasowania funkcji Gaussa (prawy panel). | 67 |
| 5.6 | Wpływ zaokrąglania współrzędnych wylosowanych punktów krotności na rezultaty rekonstrukcji dla danych uzyskanych bezpośrednio z rozkładu krotności. Lewy panel odpowiada rekonstrukcji z zaokrągleniem, natomiast prawy panel nie uwzględnia go. | 68 |
| 5.7 | Wpływ zaokrąglania współrzędnych wylosowanych punktów krotności na rezultaty rekonstrukcji dla dopasowania rozkładów krotności funkcją Gaussa. Lewy panel odpowiada rekonstrukcji z zaokrągleniem, natomiast prawy panel nie uwzględnia go. | 68 |
| 5.8 | Porównanie odtworzonych jąder dla baz krotności otrzymanych z różnych konfiguracji jąder pierwotnych, dla przykładowych jąder wtórnych. | 71 |
| 5.9 | Wejściowe, specjalnie wygenerowane histogramy krotności dla $A = 1$ (lewy panel) oraz $A = 2$ (prawy panel). | 73 |
| 5.10 | Rzeczywiste rozkłady krotności dla n oraz p skorelowane z jądrem wtórnym: $Z = 5$, $A = 10$ | 75 |
| 6.1 | Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 3, 11 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+GEMINI), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty reprezentują rekonstrukcję danych dla wag krotności bezpośrednio otrzymanych z histogramu, natomiast zielone trójkąty dotyczą losowania wag krotności z dopasowania funkcji Gaussa do ich rozkładów. | 80 |
| 6.2 | Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 12, 19 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+GEMINI), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty reprezentują rekonstrukcję danych dla wag krotności bezpośrednio otrzymanych z histogramu, natomiast zielone trójkąty dotyczą losowania wag krotności z dopasowania funkcji Gaussa do ich rozkładów. | 81 |
| 6.3 | Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 4, 8 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+cooler), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty dotyczą rekonstrukcji danych bezpośrednio z rozkładów krotności, natomiast zielone trójkąty reprezentują rekonstrukcję z pominięciem jąder $Z = 3$ | 83 |
| 6.4 | Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 12, 19 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+cooler), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki $47 \text{ MeV}/A$. Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty dotyczą rekonstrukcji danych bezpośrednio z rozkładów krotności, natomiast zielone trójkąty reprezentują rekonstrukcję z pominięciem jąder $Z = 3$ | 84 |

- 6.5 Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 4, 11 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+GEMINI), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty dotyczą rekonstrukcji z danych bezpośrednio uzyskanych z rozkładów krotności, ale z pominięciem jąder $Z = 3$, natomiast zielone trójkąty reprezentują tą samą metodę uzyskiwania wag krotności, lecz tylko dla przypadków, gdzie w evencie obserwowany był tylko jeden fragment o pośredniej masie. 85
- 6.6 Porównanie odtworzonych pierwotnych fragmentów o pośrednich masach ($Z \in < 12, 19 >$) z przewidywaniami modelu QMD (QMD+GEMINI), dla reakcji $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ przy energii wiązki 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają danym modelowym, niebieskie kwadraty dotyczą rekonstrukcji z danych bezpośrednio uzyskanych z rozkładów krotności, ale z pominięciem jąder $Z = 3$, natomiast zielone trójkąty reprezentują tą samą metodę uzyskiwania wag krotności, lecz tylko dla przypadków, gdzie w evencie obserwowany był tylko jeden fragment o pośredniej masie. 86
- 6.7 Przykładowe rozkłady izotopowe ($Z \in < 3, 11 >$) odtworzonych produktów reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ przy energii 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają pierwotnym produktom reakcji zgodnie z przewidywaniami modelu AMD, natomiast niebieskie reprezentują wyniki rekonstrukcji. 87
- 6.8 Przykładowe rozkłady izotopowe ($Z \in < 12, 19 >$) odtworzonych produktów reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ przy energii 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają pierwotnym produktom reakcji zgodnie z przewidywaniami modelu AMD, natomiast niebieskie reprezentują wyniki rekonstrukcji. 88
- 6.9 Przykładowe rozkłady izotopowe ($Z \in < 3, 11 >$) odtworzonych produktów reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ przy energii 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają pierwotnym produktom reakcji zgodnie z przewidywaniami modelu AMD, natomiast niebieskie reprezentują wyniki rekonstrukcji. 89
- 6.10 Przykładowe rozkłady izotopowe ($Z \in < 12, 19 >$) odtworzonych produktów reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ przy energii 47 MeV/A . Czerwone punkty odpowiadają pierwotnym produktom reakcji zgodnie z przewidywaniami modelu AMD, natomiast niebieskie reprezentują wyniki rekonstrukcji. 90
- 6.11 Porównanie zrekonstruowanych jąder z zakresu $Z \in < 3, 11 >$ dla reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ (zielone punkty) oraz $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ (niebieskie punkty) przy energii wiązki 47 MeV/A 91
- 6.12 Porównanie zrekonstruowanych jąder z zakresu $Z \in < 12, 19 >$ dla reakcji $^{64}\text{Zn} + ^{197}\text{Au}$ (zielone punkty) oraz $^{64}\text{Zn} + ^{92}\text{Mo}$ (niebieskie punkty) przy energii wiązki 47 MeV/A 92

Spis tabel

| | | |
|-----|--|----|
| 3.1 | Numeryczna analiza estymatorów parametru zderzenia. | 24 |
| 3.2 | Wartości numeryczne średniej energii wzbudzenia dla oszacowań modelu QMD oraz AMD. | 33 |
| 4.1 | Położenie wartości średniej oraz odchylenia standardowego rozkładów krotności skorelowanych z przykładowym jądrem wtórnym: $Z = 7$, $A = 14$ w zależności od energii wzbudzenia fragmentów pierwotnych oraz metody ich uzyskania. | 55 |
| 4.2 | Równania funkcji liniowych dopasowane do rozkładów krotności lekkich cząstek skorelowanych w jądrem: $Z = 7$, $A = 14$, w zależności od metody ich uzyskania. | 56 |
| 4.3 | Funkcje kwadratowe dopasowane do zależności wartości średniej i odchylenia standardowego w funkcji liczby atomowej wtórnych produktów reakcji. | 60 |
| 4.4 | Funkcje kwadratowe dopasowane do zależności wartości średniej i odchylenia standardowego w funkcji liczby masowej wtórnych produktów reakcji. | 61 |
| 5.1 | Średnie wartości odtworzonych jąder pierwotnych powstałych na skutek wtórnego wyparowania jądra $Z = 10$, $A = 20$ | 69 |
| 5.2 | Wartości średnie zrekonstruowanych jąder dla dwuizotopowych baz krotności lekkich cząstek. | 71 |
| 5.3 | Krotność, ilość oraz prawdopodobieństwo występowania izotopów A_1 i A_2 w poszczególnych przedziałach. Indeksy dolne numerują odpowiednio wybrany izotop ($A_1 : 1$ lub $A_2 : 2$) oraz wartość krotności. | 73 |
| 5.4 | Numeryczne prawdopodobieństwo $P(w_{1i}, w_{2j})$ uzyskania odpowiednich krotności cząstek A_1 oraz A_2 | 73 |
| 5.5 | Wartości A_R po zastosowaniu uproszczonej formuły rekonstrukcyjnej dla konkretnych wartości krotności. | 74 |
| 5.6 | Porównanie numerycznych wartości A_R uzyskanych na podstawie obliczeń teoretycznych oraz rekonstrukcji. | 74 |
| 5.7 | Krotność, ilość oraz prawdopodobieństwo występowania izotopów A_1 i A_2 w poszczególnych przedziałach dla rzeczywistych rozkładów krotności lekkich cząstek. Indeksy dolne numerują odpowiednio wybrany izotop ($A_1 : 1$ lub $A_2 : 2$) oraz wartość krotności. | 76 |

| | | |
|------|--|----|
| 5.8 | Prawdopodobieństwo wyboru określonych wartości krotności dla n oraz p w przypadku jednoizotopowej bazy krotności lekkich cząstek. | 76 |
| 5.9 | Zrekonstruowane wartości A_R po zastosowaniu uproszczonej formuły rekonstrukcyjnej dla poszczególnych wartości krotności, w oparciu o fizyczną bazę krotności lekkich cząstek. | 76 |
| 5.10 | Porównanie numerycznych wartości A_R uzyskanych na podstawie obliczeń teoretycznych oraz rekonstrukcji przy założeniu fizycznej bazy krotności lekkich cząstek. | 77 |

Bibliografia

- [1] Yoritaka Iwata. Time-scaled scenario of low-energy heavy-ion collisions. *J.Phys.Conf.Ser.*, 445:012017, 2013. doi: 10.1088/1742-6596/445/1/012017.
- [2] G. Bertsch and A. A. Amsden. Heavy ion collisions at intermediate energy. *Phys. Rev. C*, 18:1293–1297, Sep 1978. doi: 10.1103/PhysRevC.18.1293. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.18.1293>.
- [3] Martin Veselsky. Isotopic trends in nuclear multifragmentation. *Phys.Part.Nucl.*, 36:213–232, 2005.
- [4] S. Nagamiya. HEAVY ION COLLISIONS AT RELATIVISTIC ENERGIES. *Brookhaven*, 1979.
- [5] R. J. Charity et al. Systematics of complex fragment emission in niobium-induced reactions. *Nucl. Phys.*, A483:371–405, 1988. doi: 10.1016/0375-9474(88)90542-8.
- [6] J.P. Bondorf, A.S. Botvina, A.S. Ilinov, I.N. Mishustin, and K. Sneppen. Statistical multifragmentation of nuclei. *Phys.Rept.*, 257:133–221, 1995. doi: 10.1016/0370-1573(94)00097-M.
- [7] C. Hartnack, Rajeev K. Puri, J. Aichelin, J. Konopka, S. A. Bass, Horst Stoecker, and W. Greiner. Modeling the many body dynamics of heavy ion collisions: Present status and future perspective. *Eur. Phys. J.*, A1:151–169, 1998. doi: 10.1007/s100500050045.
- [8] C. B. Das, S. Das Gupta, W. G. Lynch, A. Z. Mekjian, and M. B. Tsang. The Thermodynamic model for nuclear multifragmentation. *Phys. Rept.*, 406: 1–47, 2005. doi: 10.1016/j.physrep.2004.10.002.

- [9] D. H. E. Grosse. Microcanonical thermodynamics and statistical fragmentation of dissipative systems: The topological structure of the N-body phase space. *Phys. Rept.*, 279:119–201, 1997. doi: 10.1016/S0370-1573(96)00024-5.
- [10] G. Chaudhuri, S. Mallik, and S. Das Gupta. A model for projectile fragmentation. *J.Phys.Conf.Ser.*, 420:012098, 2013. doi: 10.1088/1742-6596/420/1/012098.
- [11] C.O. Dorso and J. Aichelin. When and how are fragments formed in heavy ion collisions? *Phys.Lett.*, B345:197–202, 1995. doi: 10.1016/0370-2693(94)01632-M.
- [12] J. Aichelin, A. Bohnet, G. Peilert, Horst Stoecker, W. Greiner, et al. Quantum Molecular Dynamics Approach to Heavy Ion Collisions: Description of the Model, Comparison With Fragmentation Data, and the Mechanism of Fragment Formation. *Phys.Rev.*, C37:2451–2468, 1988. doi: 10.1103/PhysRevC.37.2451.
- [13] Akira Ono, S. Hudan, A. Chbihi, and J.D. Frankland. Compatibility of localized wave packets and unrestricted single particle dynamics for cluster formation in nuclear collisions. *Phys.Rev.*, C66:014603, 2002. doi: 10.1103/PhysRevC.66.014603.
- [14] Akira Ono. Antisymmetrized molecular dynamics with quantum branching processes for collisions of heavy nuclei. *Phys.Rev.*, C59:853–864, 1999. doi: 10.1103/PhysRevC.59.853.
- [15] Akira Ono and Hisashi Horiuchi. Antisymmetrized molecular dynamics of wave packets with stochastic incorporation of Vlasov equation. *Phys.Rev.*, C53:2958–2972, 1996. doi: 10.1103/PhysRevC.53.2958.
- [16] A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama, and A. Ohnishi. Fragment formation studied with antisymmetrized version of molecular dynamics with two nucleon collisions. *Phys.Rev.Lett.*, 68:2898–2900, 1992. doi: 10.1103/PhysRevLett.68.2898.
- [17] H. Horiuchi, A. Ono, and Y. Kanada-Enyo. Momentum distribution of clusters in heavy ion collisions studied with AMD. 1994.
- [18] R.J. Charity, M.A. McMahan, G.J. Wozniak, R.J. McDonald, L.G. Moretto, D.G. Sarantites, L.G. Sobotka, G. Guarino, A. Pantaleo, L. Fiore, A. Gobbi,

- and K.D. Hildenbrand. Systematics of complex fragment emission in niobium-induced reactions. *Nuclear Physics A*, 483(2):371 – 405, 1988. ISSN 0375-9474. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474\(88\)90542-8](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474(88)90542-8). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947488905428>.
- [19] W. Gawlikowicz. Dynamic effects in sequential decay. Gemini code with time scales and Coulomb trajectories. *Acta.Phys.Pol.*, B28:1687–1694, 1997.
- [20] J.R. Stone and P.-G. Reinhard. The Skyrme Interaction in finite nuclei and nuclear matter. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 58:587–657, 2007. doi: 10.1016/j.ppnp.2006.07.001.
- [21] M. Dutra, O. Lourenco, J.S. Sa Martins, A. Delfino, J.R. Stone, et al. Skyrme Interaction and Nuclear Matter Constraints. *Phys.Rev.*, C85:035201, 2012. doi: 10.1103/PhysRevC.85.035201.
- [22] P Basu, P Bhattacharya, and ML Chatterjee. A new representation of the heavy ion coulomb potential. *Pramana*, 32(4):481–492, 1989. ISSN 0304-4289. doi: 10.1007/BF02846015. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF02846015>.
- [23] H.M Hofmann, J Richert, J.W Tepel, and H.A Weidenmüller. Direct reactions and hauser-feshbach theory. *Annals of Physics*, 90(2):403 – 437, 1975. ISSN 0003-4916. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0003-4916\(75\)90005-6](http://dx.doi.org/10.1016/0003-4916(75)90005-6). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491675900056>.
- [24] Luciano G. Moretto. Statistical emission of large fragments: A general theoretical approach. *Nucl.Phys.*, A247:211–230, 1975. doi: 10.1016/0375-9474(75)90632-6.
- [25] LouisC. Vaz and JohnM. Alexander. Empirical and theoretical fusion barriers for ^1H and ^4He : Connections to evaporation from hot nuclei. *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei*, 318(2):231–237, 1984. ISSN 0939-7922. doi: 10.1007/BF01413474. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF01413474>.
- [26] W. Ye, J. Toke, and W.U. Schroder. Isoscaling in statistical fragment emission in an extended compound nucleus model. *Phys.Lett.*, B676:193–198, 2009. doi: 10.1016/j.physletb.2009.04.068.

- [27] M. B. Tsang, C. K. Gelbke, X. D. Liu, W. G. Lynch, W. P. Tan, et al. Isoscaling in statistical models. *Phys.Rev.*, C64:054615, 2001. doi: 10.1103/PhysRevC.64.054615.
- [28] Wen-Dong Tian, Yu-Gang Ma, Xiang-Zhou Cai, Jin-Gen Chen, Jin-Hui Chen, et al. Isoscaling behavior in the isospin dependent quantum molecular dynamics model. *Chin.Phys.Lett.*, 22:306–309, 2005. doi: 10.1088/0256-307X/22/2/011.
- [29] A. Kelic, J.B. Natowitz, and K.-H. Schmidt. Nuclear thermometry. *Eur.Phys.J.*, A30:203–214, 2006. doi: 10.1140/epja/i2006-10117-6.
- [30] M.B. Tsang, W.G. Lynch, H. Xi, and W.A. Friedman. Nuclear Thermometers from Isotope Yield Ratios. *Phys.Rev.Lett.*, 78:3836–3839, 1997. doi: 10.1103/PhysRevLett.78.3836.
- [31] A. Kolomiets, E. Ramakrishnan, H. Johnston, F. Gimeno-Nogues, B. Hurst, et al. Nuclear temperature of the disassembling source in central heavy-ion collisions from isotope yields. *Phys.Rev.*, C54:R472–R476, 1996. doi: 10.1103/PhysRevC.54.R472.
- [32] H. Mei, J.M. Yao, and H. Chen. Mass number and isospin dependence of symmetry energy coefficients for finite nuclei. *J.Phys.*, G39:015107, 2012. doi: 10.1088/0954-3899/39/1/015107.
- [33] V. Baran, M. Colonna, V. Greco, and M. Di Toro. Reaction dynamics with exotic beams. *Phys.Rept.*, 410:335–466, 2005. doi: 10.1016/j.physrep.2004.12.004.
- [34] Roshan Sellaheewa and Arnau Rios. Isovector properties of the gogny interaction. *Phys. Rev. C*, 90:054327, Nov 2014. doi: 10.1103/PhysRevC.90.054327. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.90.054327>.
- [35] F. Chappert, N. Pillet, M. Girod, and J.-F. Berger. Gogny force with a finite-range density dependence. *Phys. Rev. C*, 91:034312, Mar 2015. doi: 10.1103/PhysRevC.91.034312. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.91.034312>.
- [36] D.V. Shetty, S.J. Yennello, A.S. Botvina, G.A. Souliotis, M. Jandel, et al. Symmetry energy and the isospin dependent equation of state. *Phys.Rev.*, C70:011601, 2004. doi: 10.1103/PhysRevC.70.011601.

-
- [37] A. Ono, P. Danielewicz, W.A. Friedman, W.G. Lynch, and M.B. Tsang. Comment on ‘symmetry energy and the isospin dependent equation of state’. 2005.
- [38] M. Collona and M.B. Tsang. Isotopic compositions and scalings. *Eur. Phys. J.*, A30:165–182, 2006. doi: 10.1140/epja/i2006-10114-9.
- [39] M. R. D. Rodrigues et al. Experimental reconstruction of excitation energies of primary hot isotopes in heavy ion collisions near the Fermi energy. *Phys. Rev.*, C88(3):034605, 2013. doi: 10.1103/PhysRevC.88.034605.
- [40] W. Lin et al. Experimental reconstruction of primary hot isotopes and characteristic properties of the fragmenting source in heavy-ion reactions near the Fermi energy. *Phys. Rev.*, C90(4):044603, 2014. doi: 10.1103/PhysRevC.90.044603.